EXPERIMENTO 2

TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE DATOS EXPERIMENTALES Y APLICACIÓN DEL MÉTODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN (MEDIDAS DIRECTAS)

(DOS SESIONES)

1. OBJETIVOS

- Realizar de manera adecuada la medición del tiempo que tarda un balín en descender por un plano inclinado.
- Adquirir habilidad en el uso y aplicación de las herramientas estadísticas en el análisis de medidas de naturaleza aleatoria.
- Construir e interpretar un histograma de densidad de probabilidad.
- Calcular el valor medio, la varianza, la desviación estándar y el error estadístico de una muestra de datos experimentales.
- Determinar cualitativamente si un conjunto de datos experimentales se distribuye normalmente.
- Calcular la incertidumbre tipo A para los datos experimentales obtenidos.
- Calcular las incertidumbres tipo B para los datos experimentales obtenidos.
- Calcular la incertidumbre combinada y expandida de la medición.
- Expresar el resultado de la medición con su respectiva incertidumbre.

2. INTRODUCCIÓN

Para comprender la operación de cualquier instrumento de medida es necesario conocer cada uno de los elementos que lo conforman y la función general ejecutada por cada uno de ellos. Los elementos del instrumento son los que se encargan de poner en contacto al observador con el medio que se mide.

Una medición es una muestra del conjunto de todas las observaciones posibles, está sujeta a fluctuaciones estadísticas debidas al medio ambiente y otros agentes pues se obtiene mediante el uso de instrumentos que no pueden ser del todo exactos, además el observador es un ser humano que a menudo introduce errores en la medición y quien constituye el elemento final de este proceso.

El medio ambiente es donde se encuentran las variables, tanto la que se mide, como las indeseables en el proceso. La variable que se mide es la que interesa cuantificar. Las interferencias representan las cantidades que no son de interés en la medición, pero entran al instrumento y son captadas por él.

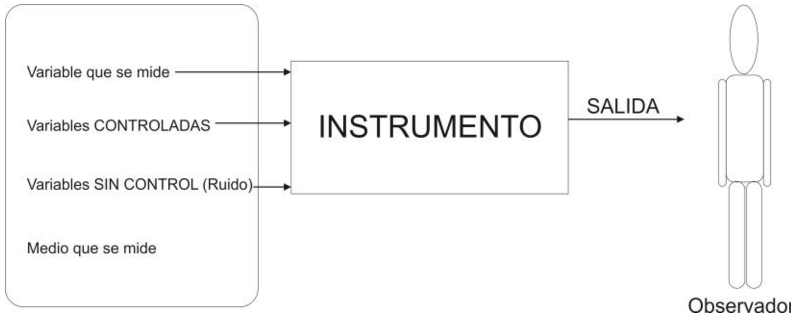


Figura 1. Diagrama esquemático de un sistema de medida.

Las **variables controladas** son aquellas que intervienen en la medida global pero sobre las cuales se tiene alto grado de manejo, se pueden mantener más o menos constantes durante el proceso de medición. Por el contrario las **variables sin control** son aquellas sobre las cuales no se tiene ningún poder de manipulación y son las causantes de la aleatoriedad de las medidas, afortunadamente intervienen mínimamente.

Al realizar una medición determinada, es indispensable comprender que ésta jamás será absolutamente exacta, para expresar de manera correcta el resultado de una medición, es necesario calcular su respectiva incertidumbre asociada.

En esta práctica se medirá el tiempo que tarda un balín en descender por una rampa, en condiciones más o menos controladas. A continuación se presentan los elementos mínimos necesarios para el análisis de las medidas obtenidas con la intención de estudiar el comportamiento de la variable.

2.1 HISTOGRAMA

Si se tiene un conjunto de datos se puede construir una gráfica donde el eje horizontal "x" está dividido en intervalos correspondientes a grupos de medidas y el eje vertical "y" el número de medidas que se cuentan en cada intervalo, esta gráfica recibe el nombre de **histograma de probabilidades** y permite visualizar el comportamiento (distribución) de los datos.

Los pasos para construir el histograma son:

- Identificar los valores mínimo y máximo del conjunto total de medidas.
- Establecer un conjunto de intervalos de tamaño constante Δx.
- Determinar la frecuencia $f(\Delta x)$ de cada intervalo Δx, o sea el número de medidas que se encuentran en cada uno de los intervalos. A esta frecuencia comúnmente se le llama frecuencia absoluta.

Debido a que los intervalos deben ser de igual tamaño, para determinar el ancho de cada intervalo Δx se utiliza la siguiente expresión:

$$\Delta x = \frac{valor\ más\ grande\ de\ los\ datos - valor\ más\ pequeño\ de\ los\ datos}{número\ total\ de\ intervalos}$$

Como regla general, los estadísticos rara vez, utilizan menos de 6, y más de 15 intervalos.

En un sistema de ejes coordenados, colocando los intervalos Δx en el eje x y las frecuencias de cada intervalo en el eje y, se construye una gráfica de frecuencia en función de Δx, obteniéndose un diagrama de barras conocido como **histograma de probabilidad.** En la figura 2 se observa un ejemplo de histograma de probabilidad en el cual se tomó Δx = 0,001 V por las características de las medidas.

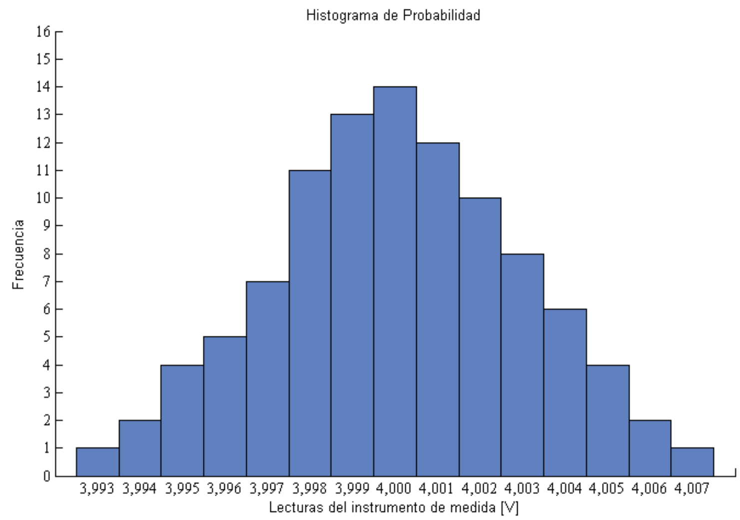


Figura 2. Histograma de Probabilidad.

2.2 DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDADES

A cada valor que pueda tomar una variable aleatoria siempre va a estar asociada una determinada probabilidad. La regla que expresa la relación entre los valores que puede tomar una variable aleatoria y su probabilidad se denomina Ley **de distribución de probabilidades** y puede representarse de la forma gráfica, como se muestra en la figura 3.

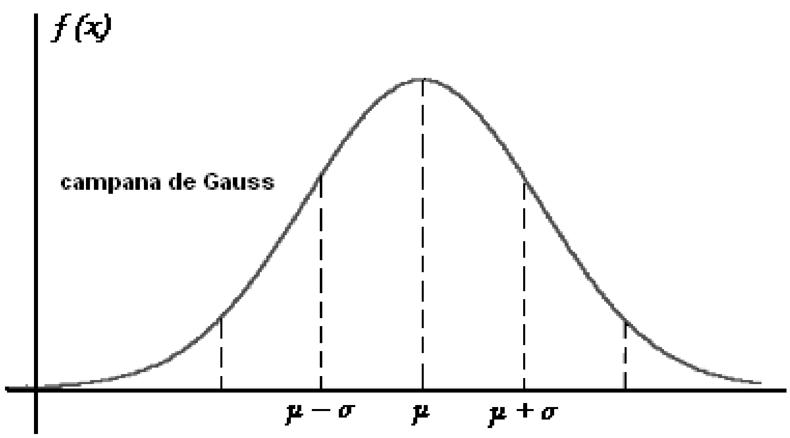


Figura 3. Distribución de probabilidades.

Las magnitudes físicas observables, determinadas en condiciones de repetibilidad generalmente tienen distribuciones de probabilidad descritas a través de la **función de distribución normal o gaussiana** y es una de las más usadas en aplicaciones prácticas. Está dada por la expresión (1) y experimentalmente se puede obtener partiendo del histograma de probabilidades de la figura 4.

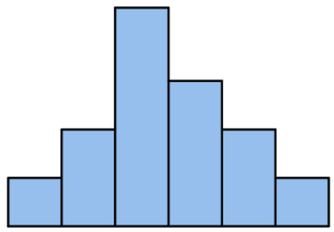


Figura 4. Función de distribución normal.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \qquad (1)$$

Dónde:

x : varía entre -∞ y +∞.

σ : es la desviación estándar.

µ: es el valor esperado para una población (infinitos datos).

La distribución se caracteriza por el símbolo σ, un pequeño valor de σ indica la existencia de una gran probabilidad de encontrar un dato cerca del valor esperado o valor central µ.

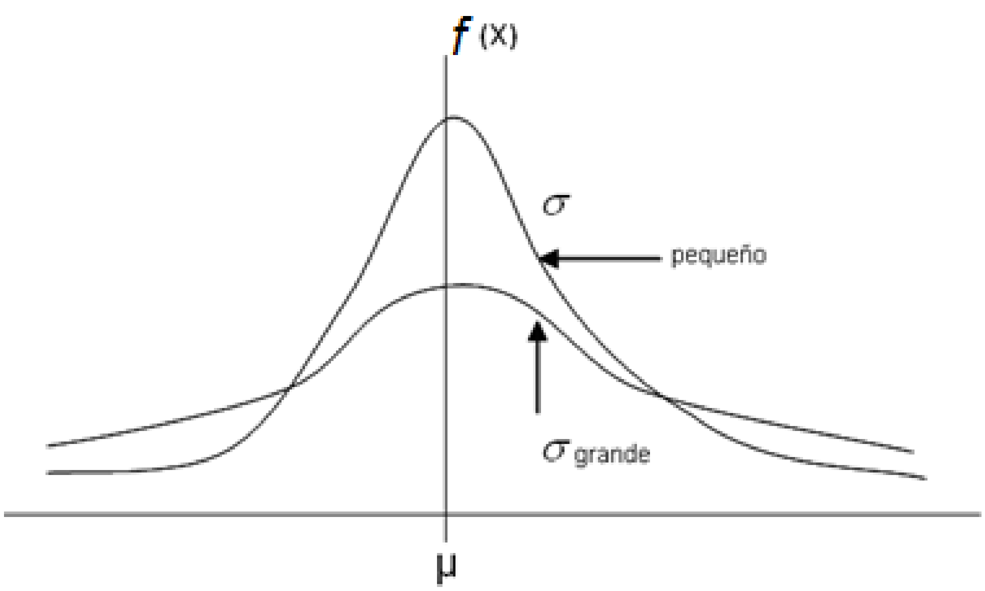
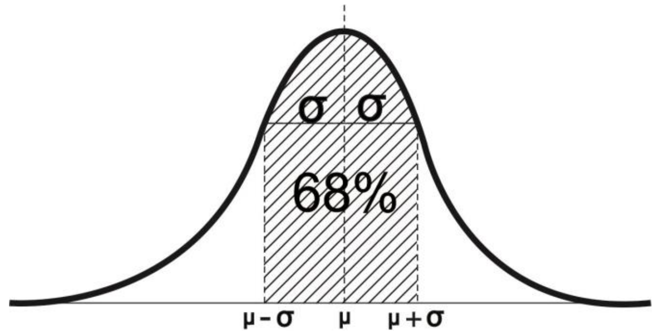


Figura 5. Curvas Gaussianas con diferentes σ.

Por el carácter aleatorio de los datos, las cantidades σ y μ no se pueden conocer con exactitud. Lo que puede hacerse es una aproximación a ellas utilizando la información obtenida con el instrumento de medida. En una distribución de Gauss puede demostrarse que para un conjunto de muchas medidas

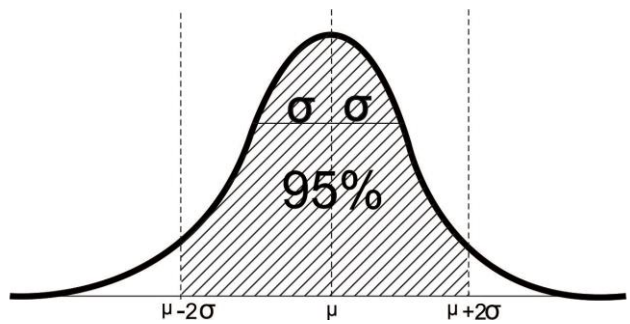
El 68% de los datos x están en el intervalo:

$$\mu - \sigma < x < \mu + \sigma$$



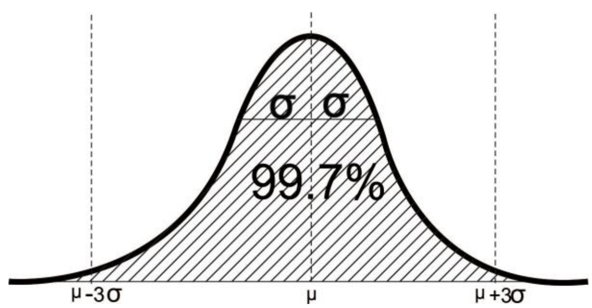
El 95% de los datos x están en el intervalo:

$$\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma$$



El 99.7% de los datos x están en el intervalo:

$$\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma$$



Los parámetros que caracterizan la distribución de probabilidades obtenida son estimados o aproximaciones de la **esperanza matemática (μ)** y **la varianza (σ^2).** El estimado de la esperanza matemática **(μ)** es la media aritmética o valor medio y la varianza se calculará como la desviación estándar al cuadrado.

Es posible que los datos reales obtenidos no se distribuyan normalmente de una manera exacta pero en muchos casos se producen aproximaciones que llevan al experimentador a asumir este modelo estadístico para la distribución. Existen métodos para determinar si los datos obtenidos en una medición se distribuyen normalmente para el caso en que se tenga duda acerca de esto; para los experimentos que realizaremos en este curso se supondrá de antemano que todas las mediciones que se obtengan de un mismo mensurando tendrán este tipo de distribución.

2.3 CONCEPTOS ESTADÍSTICOS

Valor medio: El mejor valor que podemos ofrecer para la magnitud medida es la media, o valor medio que representa el promedio aritmético de un conjunto de observaciones de acuerdo con la expresión:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (2)$$

Donde x_i = medida individual.

Desviación estándar: Para estimar el error cometido en una serie de medidas se puede realizar una medida de sus desviaciones con respecto al valor medio de las mismas. Como estas se producen al azar para que no se compensen unas con otras, lo mejor es promediar sus cuadrados. En estadística se llama desviación estándar a este promedio de desviaciones, de acuerdo con la expresión.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (3)$$

Varianza: Es el cuadrado de la desviación estándar denotada por s^2, la cual está dada por la siguiente ecuación.

$$s^2 = \sigma^2 \qquad (4)$$

$$s^2(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \qquad (5)$$

Error estadístico (incertidumbre tipo A): Es la medida de la incertidumbre con la cual se conoce el valor medio de una medida, está dada por.

$$\varepsilon^2(x) = \frac{s^2(x)}{n} \qquad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (7)$$

2.4 ERRORES EXPERIMENTALES

Todo aparato de medida tiene cierto error y se debe en parte a la construcción del aparato y al desgaste natural durante su funcionamiento.

Error absoluto: Es la diferencia que existe entre el valor indicado por el instrumento A_i y el valor convencionalmente verdadero A_r de la magnitud medida.

$$E = A_i - A_r \qquad (8)$$

Cuando sea necesario distinguir entre "error" y "error relativo", el error suele llamarse **error absoluto de medición** y no debe confundirse con **el valor absoluto del error.**

Los errores experimentales se dividen en dos clases:

- **Errores sistemáticos:** Se deben a diversas causas y son determinables y corregibles si se sabe lo suficiente de la Física del proceso. Se les llama sistemáticos porque se refieren a una perturbación que influencia todas las medidas de una cantidad particular, de igual manera. Están asociados tanto al instrumento de medición como a la persona que la realiza. Algunos de ellos están relacionados con influencias ambientales no controladas. La mayoría de los errores sistemáticos corresponden a alguna de las siguientes cuatro categorías:

  - Teóricos (Cálculos errados).
  - Instrumentales (Ajuste).
  - Ambientales (Fluctuaciones en la temperatura, humedad, etc.).
  - De observación (Errores de paralaje, efectos ópticos indeseables: reflexión, refracción, etc.).

$$E_{sistemático} = \overline{A_i} - A_r \qquad (9)$$

  Dónde:
  $\overline{A_i}$: es la media de todas las mediciones.
  A_r: es el valor convencionalmente verdadero.

- **Errores accidentales o aleatorios:** Se deben a la suma de gran número de perturbaciones individuales que se combinan para dar resultados que son muy altos en un momento (o lugar) y muy bajos en otro. Las causas individuales pueden ser conocidas o solo sospechadas.

$$E_{aleatorio} = A_i - \overline{A_i} \qquad (10)$$

  Dónde:
  A_i : es el valor medido.
  $\overline{A_i}$: es la media de todas las mediciones.

2.5 MÉTODO GENERAL PARA EL CÁLCULO DE INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN EN MEDIDAS DIRECTAS.

En este punto se debe tener en cuenta el tipo de medición que se realiza, es decir medidas directas o indirectas, puesto que el cálculo de incertidumbre varia un poco según sea el tipo de medida, a continuación se presenta un esquema general para el cálculo de incertidumbre de **medidas directas.**

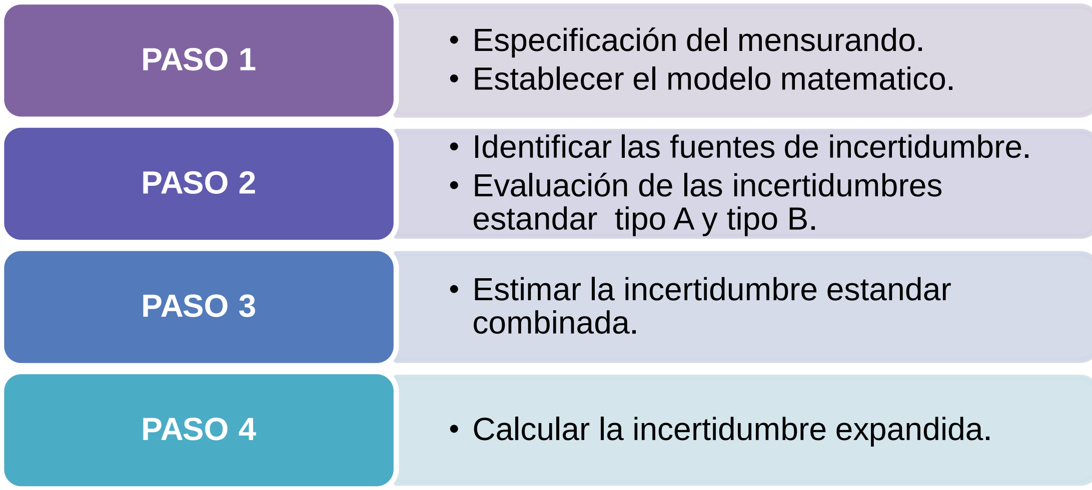


Figura 6. Diagrama que especifica la metodología a seguir.

A continuación se suministra una guía para la correcta ejecución de todos los pasos mencionados anteriormente del método general para el cálculo de incertidumbre de medición en **medidas directas.**

PASO 1: Especificar el mensurando y Establecer el modelo matemático:

Consiste en escribir un enunciado claro de lo que es medido, incluyendo la relación entre el mensurando (variable que se mide) y las magnitudes de entrada (por ejemplo magnitudes medidas, constantes, etc.) de las cuales éste depende. **El modelo matemático** consiste en presentar como una función, la relación entre las magnitudes de entrada X_i y el mensurando Y (magnitud de salida), de la siguiente forma:

$$Y = f\ (\{X_i\}) = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \qquad (11)$$

Para clarificar, si se mide una longitud cualquiera con una regla metálica, el resultado será el indicado en la regla, pero se debe tener en cuenta que las propiedades físicas de la regla variaran dependiendo de la temperatura debido a la dilatación térmica de los metales, es decir que la regla sufre una dilatación lineal, también se deben tener en cuenta las propiedades del objeto que se mide, pues si el objeto tiene alguna deformación o curva, este será otro factor influyente en la medición final de la longitud de dicho objeto, por lo cual el **modelo matemático** se expresará así:

$$Y = L(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

Dónde:

L: Es la medida de la longitud observada sobre la regla.

$(X_1, X_2, \ldots, X_N)$: Son las magnitudes de entrada, de las cuales la medida de la longitud depende (propiedades físicas de la regla y del objeto).

PASO2: Identificar las fuentes de incertidumbre

Evaluación de las incertidumbres estándar:

Para identificar las fuentes de incertidumbre, es necesario realizar una lista de todas las fuentes relevantes de incertidumbre al realizar la medición, algunas de estas fuentes pueden ser errores introducidos a la medición por el observador, efectos de las condiciones ambientales sobre la medida (las cuales se pueden controlar), entre otras. Las fuentes de incertidumbre que se tendrán en cuenta de manera general para las prácticas realizadas en el laboratorio de Física 1, serán las debidas a la repetibilidad de las mediciones y las obtenidas por las especificaciones de exactitud y de resolución del instrumento de medida usado; los efectos que puedan tener las condiciones ambientales sobre la medida se supondrá que siempre son controlados.

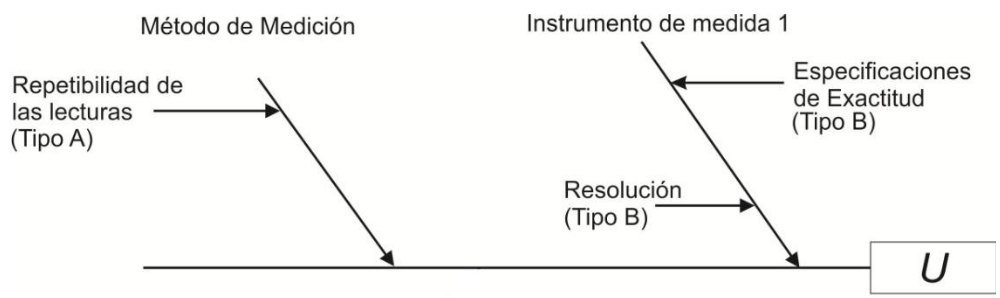


Figura 7. Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

Después de identificar las fuentes de incertidumbre se debe evaluar la incertidumbre originada por cada fuente individual, para luego combinarlas. Para la evaluación de las incertidumbres individuales existen dos métodos principales: el **método de evaluación tipo A** y el **método de evaluación tipo B** descritos a continuación.

Tipo A: Método de evaluación de una incertidumbre estándar mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones, se estima basándose en mediciones repetidas obtenidas del mismo proceso de medición, es decir que la incertidumbre tipo A se obtiene a partir de las mediciones realizadas en el laboratorio y se calcula con la desviación estándar de las mediciones dividido por la raíz cuadrada del número de mediciones.

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad (12)$$

$$u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (13)$$

TIPO B: Método de evaluación de una incertidumbre estándar por otros medios diferentes del análisis estadístico de una serie de observaciones. Se obtiene a partir de informaciones preexistentes de diversa índole, existen cuatro casos para calcular las incertidumbres tipo B, las cuales pueden ser vistas en el documento anexo a estas guías en el cual se muestra el método riguroso para el cálculo de incertidumbre de medición, sin embargo para el desarrollo de las prácticas en el laboratorio solo se tendrán en cuenta los siguientes dos casos:

Caso1: **Por especificaciones**

Las especificaciones son determinadas por el fabricante del equipo mediante técnicas seleccionadas, pero en la mayoría de los experimentos solo tendremos acceso a la tolerancia dada por el instrumento, que es el error instrumental que proporciona cualquier aparato científico y está dada por la expresión (14)

$$u_{B1} = \frac{ESPECIFICACIONES}{\sqrt{3}} \qquad (14)$$

Para clarificar este concepto si tenemos una regla de 1 m graduada en mm, que posee una tolerancia del 2 % y se mide una longitud de 357 mm o 35,7 cm; el 2 % de esta medida es el máximo error que según el fabricante puede cometer la regla al medir esa longitud.

$$u_{B1} = \frac{2\ \%\ (357\ mm)}{\sqrt{3}} = \ 4{,}12\ mm$$

Caso 2: **Por resolución**

Asociada a la resolución de la indicación del instrumento de medición, es la información que contiene la porción menos significativa de la indicación del instrumento.

$$ANALOGOS \qquad u_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{\sqrt{3}} \qquad (15)$$

$$DIGITALES \qquad u_{B2} = \frac{RESOLUCIÓN}{2\sqrt{3}} \qquad (16)$$

PASO 3: Calcular la incertidumbre estándar combinada

Se obtiene a partir de los valores de otras magnitudes de las cuales depende, se calcula como la raíz cuadrada de la suma en cuadratura de las desviaciones estándar tipo A y tipo B.

$$u_C = \sqrt{(u_A)^2 + (u_{B1})^2 + (u_{B2})^2} \qquad (17)$$

PASO 4: Calcular la incertidumbre expandida

Se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar combinada por un factor (K) llamado factor de cobertura.

$$U_E = k \cdot u_C \qquad (18)$$

El factor de cobertura está dado por el número de grados de libertad del sistema de medición, de manera introductoria consideraremos un número infinito de grados de libertad y un 95 % como nivel de confianza para este caso:

$$k = 1{,}96 \qquad (19)$$

En un documento anexo a estas guías se muestra el método riguroso para calcular la incertidumbre de medición con base en la norma internacional GTC 51 “Guía para la expresión de incertidumbre en las mediciones”, la cual se basa en la GUM “**Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”** que se puede encontrar en INTERNET.

EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ESTÁ COMPLETO ÚNICAMENTE CUANDO ESTÁ ACOMPAÑADO POR UNA DECLARACIÓN CUANTITATIVA DE LA INCERTIDUMBRE, QUE PERMITE VALORAR LA CONFIABILIDAD EN ESTE RESULTADO.

Así que en el momento de expresar el resultado de la medición realizada en el laboratorio la manera adecuada es:

$$Y = y \pm U(y) \qquad (20)$$

De manera general el valor de “y” corresponde al valor medio de la medida y $U(y)$*a la incertidumbre expandida.*

Como recomendación general, los valores numéricos del estimado de la medición y su incertidumbre no deben informarse con un número excesivo de dígitos. Es suficiente utilizar PARA EL VALOR DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN dos cifras significativas, *redondeando la última cifra hacia el número superior consecutivo; el valor medio de la medida se expresa con el mismo número de cifras decimales de la incertidumbre. Recuerde declarar con claridad el resultado de la medición y su incertidumbre con las unidades apropiadas.*

3. MATERIALES

- Un cronómetro digital con resolución $10^{-5}\,s$ y una tolerancia especificada por el fabricante del 0,1 %
- Una rampa de varillas paralelas.
- Un balín de acero de 2 centímetros de diámetro.
- Dos interruptores.
- Una hoja de papel milimetrado.

4. RECOMENDACIONES

- ✓ Conectar el cronómetro diez minutos antes de hacer la práctica.
- ✓ No sobrepasar la tensión de alimentación.
- ✓ Buscar pendientes para la rampa no mayores de 60 grados.
- ✓ Desconectar el equipo una vez haya terminado la práctica.
- ✓ En cuanto al procedimiento es importante que la rampa esté fija y tratar de repetir el experimento en lo posible bajo las mismas condiciones.

5. TRABAJO PARA DESARROLLAR

Se desea medir el tiempo que tarda un balín en bajar desde el punto A hasta el punto B de una rampa. Se espera que el tiempo que tarda el balín en descender constituya una variable aleatoria debida a la naturaleza de las superficies en contacto (balín y varillas), entre otras. Es importante antes de continuar con el montaje del equipo pensar un poco acerca del tipo de movimiento del balín, ¿se trata de deslizamiento o rodamiento?

5.1 PARTE I

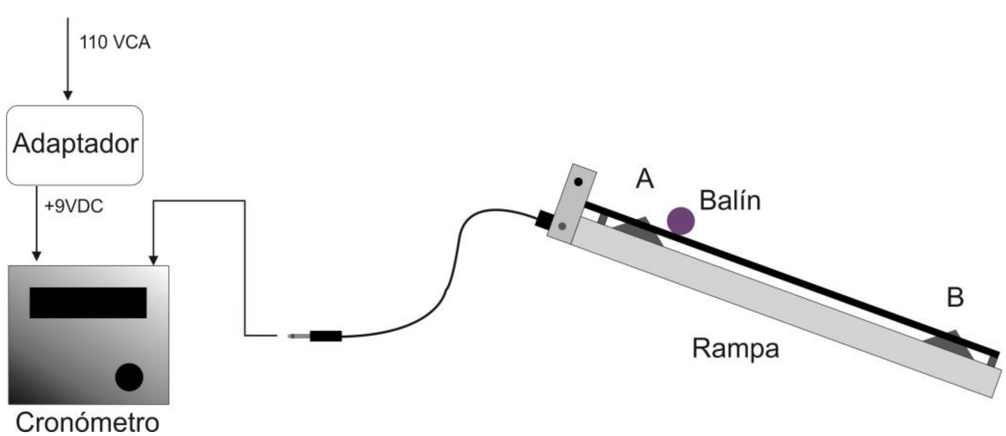


Figura 8. Diagrama que ilustra el montaje del equipo para medir los tiempos.

1) Disponga el equipo entregado de tal manera que le permita medir y visualizar en el cronometro el tiempo que tarda el balín en descender por la rampa desde el punto A hasta el punto B.
2) Realice 100 veces el experimento de soltar el balín desde la parte más alta de la rampa y medir el tiempo de descenso entre A y B. Asegure las mismas condiciones de trabajo durante todo el experimento.
3) Organice los 100 datos en una tabla.
4) En una nueva tabla, ordene las lecturas de menor a mayor.
5) Agrupe estos datos en 15 o más intervalos. El ancho de cada intervalo debe ser el mismo. Tanto el tiempo mínimo como el tiempo máximo deben quedar incluidos.
6) Construya un diagrama de barras de altura $f(\Delta x)$ (frecuencia de cada intervalo) en función de Δx. Este diagrama recibe el nombre de **histograma de probabilidad** (ver la explicación respectiva de la guía).
7) Determine el valor medio del tiempo empleado por el balín en recorrer la distancia especificada, para ello utilice la ecuación (2) $\bar{x}$; puede utilizar Excel para estos cálculos.
8) Calcule la desviación estándar σ empleando la función de la calculadora σ_{N-1} o funciones de Excel.
9) Calcule la incertidumbre tipo A (error estadístico) utilice para ello las ecuaciones (12) y (13).

5.2 PARTE II

1) Calcule las incertidumbres tipo B por especificaciones y por resolución con las ecuaciones (14), (15), (16) según sea el caso.
2) Halle los valores de la incertidumbre combinada usando el procedimiento descrito en el paso 3 del cálculo de incertidumbre en medidas directas.
3) Encuentre el valor de la incertidumbre expandida de su medición utilizando las ecuaciones (18) y (20).
4) Escriba el valor medio del tiempo con su incertidumbre expandida redondeando adecuadamente.

6. ANÁLISIS DE DATOS

- ✓ ¿Si el cronómetro tuviera una resolución de 10^{-2} s el histograma habría resultado igual? ¿Por qué?
- ✓ ¿Según el criterio utilizado se distribuyen los datos normalmente?
- ✓ Ubique en el gráfico correspondiente del histograma de probabilidades el valor medio y compárelo con el obtenido en la pregunta número 7 de la parte I.
- ✓ Al expresar la incertidumbre con dos cifras significativas como se le indicó, ¿Cuál sería el análisis que usted haría con respecto al número de cifras significativas de la medida (valor medio)?

7. CONCLUSIONES

- Teniendo en cuenta los objetivos planteados proponga sus propias conclusiones.

8. ANEXO

Se anexa una tabla de datos experimentales en los cuales se realizaron 100 mediciones de tiempo para el mismo fenómeno en el cual un balín rueda por un plano inclinado; esta tabla podrá ser utilizada en caso de que el equipo de laboratorio falle por alguna causa.

MUESTRA DE 100 VALORES OBSERVADOS EN LA MEDICIÓN DEL TIEMPO DE UN BALÍN QUE RUEDA POR UN PLANO INCLINADO

Tolerancia del cronometro: 0,1%

No.	Lectura [s]	No.	Lectura [s]	No.	Lectura [s]	No.	Lectura [s]
1	0,4000	**26**	0,4001	**51**	0,4002	**76**	0,3998
2	0,4001	**27**	0,4003	**52**	0,4001	**77**	0,4003
3	0.3999	**28**	0,4000	**53**	0,4003	**78**	0,4004
4	0,3999	**29**	0,3998	**54**	0,3998	**79**	0,4005
5	0,4001	**30**	0,3999	**55**	0,4001	**80**	0,3996
6	0,3998	**31**	0,3997	**56**	0,4002	**81**	0,4004
7	0,4002	**32**	0,3997	**57**	0,3998	**82**	0,4005
8	0,3999	**33**	0,4000	**58**	0,4001	**83**	0,3995
9	0,4002	**34**	0,4002	**59**	0,3998	**84**	0,4004
10	0,4005	**35**	0,3997	**60**	0,4001	**85**	0,3996
11	0,4000	**36**	0,4000	**61**	0,3996	**86**	0,3997
12	0,4001	**37**	0,3997	**62**	0,4001	**87**	0,4006
13	0,3999	**38**	0,3999	**63**	0,3996	**88**	0,4004
14	0,4002	**39**	0,3999	**64**	0,4002	**89**	0,4006
15	0,3999	**40**	0,4000	**65**	0,4001	**90**	0,4004
16	0,4003	**41**	0,4002	**66**	0,3998	**91**	0,4007
17	0,4000	**42**	0,3999	**67**	0,3997	**92**	0,4005
18	0,4003	**43**	0,3998	**68**	0,3998	**93**	0,4000
19	0,4001	**44**	0,4000	**69**	0,3995	**94**	0,4000
20	0,3999	**45**	0,4000	**70**	0,3998	**95**	0,4001
21	0,4003	**46**	0,3999	**71**	0,3994	**96**	0,3995
22	0,4002	**47**	0,4002	**72**	0,4003	**97**	0,3999
23	0,4000	**48**	0,3999	**73**	0,3995	**98**	0,4004
24	O,4003	**49**	0,3997	**74**	0,3996	**99**	0,4000
25	0,3994	**50**	0,3998	**75**	0,3993	**100**	0,4000