



**Convenio Interadministrativo UTP-CREG**

**Convenio Específico No. 02  
Apoyo Académico y Soporte Técnico en el Proceso de  
Implementación de Planes de Reducción de Pérdidas de Energía  
Eléctrica**

**Informe Final  
Tomo 2 – Medidas para la Reducción de Pérdidas Técnicas  
en los Sistemas de Distribución  
Documento 5112326202 - 04  
Revisión 0**



**Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira – Colombia – Mayo 31 de 2010**

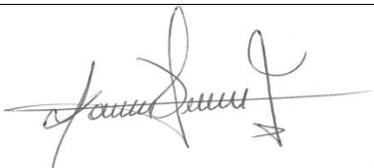
---

---

ÍNDICE DE MODIFICACIONES

Índice de revisión	Sección modificada	Fecha	Observaciones
0		Mayo 31 de 2010	Versión original

REVISIÓN Y APROBACIÓN

Número de revisión		0
Responsable por elaboración	Nombre	Mauricio Granada
	Firma	
Responsable por elaboración	Nombre	Ramón A. Gallego
	Firma	
Responsable por elaboración	Nombre	Antonio H. Escobar
	Firma	
Responsable por elaboración	Nombre	Darío E. Rodas
	Firma	
Responsable por elaboración	Nombre	Ricardo A. Hincapié
	Firma	
Responsable por aprobación	Nombre	Carlos J. Zapata
Director del Proyecto	Firma	
	Fecha	Mayo 31 de 2010

---

---

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN PLANEAMIENTO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS



Fundado en el año 1999 por el ingeniero Ramón Alfonso Gallego Rendón, tiene como misión el desarrollar, mejorar y aplicar conocimiento en el área de sistemas eléctricos de potencia para transferirlo a la comunidad académica y a las empresas del sector eléctrico.

Sus áreas de trabajo son: planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, planeamiento de sistemas de distribución de energía eléctrica, confiabilidad de sistemas eléctricos, calidad de la potencia, investigación de operaciones, optimización matemática y mercados de energía.

---

---

---

---

## ABREVIATURAS UTILIZADAS EN ESTE DOCUMENTO

CREG	Comisión de Regulación de Energía y Gas
GP	Grupo de investigación Planeamiento de Sistemas Eléctricos de la Universidad Tecnológica de Pereira
UTP	Universidad Tecnológica de Pereira
OR	Operador de Red
IEEE	The Institute of Electrical and Electronics Engineers
PT	Pérdidas Técnicas
FP	Flujo de Potencia
FC	Flujo de Carga
AGB	Algoritmo Genético Básico
AGCB	Algoritmo Genético de Chu-Beasley
UM	Unidades Monetarias

---

---

---

---

## TABLA DE CONTENIDO

	Página	
1	Introducción	1
2	Generalidades sobre las metodologías propuestas	3
3	Estrategias propuestas en el nivel de tensión I	5
4	Estrategias propuestas en el nivel de tensión II	34
5	Datos de entrada requeridos por las metodologías	78
6	Casos de prueba con parámetros unificados	84

## ANEXOS

1	Flujo de carga para sistemas de distribución	96
2	Algoritmos genéticos	106
3	Sistemas de prueba	119

---

---

## 1. INTRODUCCIÓN

El 23 de noviembre del año 2009 la UTP y la CREG firmaron un convenio interadministrativo cuyo objeto es que la UTP adelante los estudios técnicos requeridos para la ejecución de los proyectos de regulación establecidos en la agenda de regulación de 2009 y 2010, relacionados con la promoción de la competencia y con el marco regulatorio de la actividad de distribución de energía eléctrica.

Como parte de éste convenio interadministrativo, en diciembre 29 de 2009 se firmó entre la UTP y la CREG el Convenio Específico No. 02 “Apoyo académico y soporte técnico en el proceso de implementación de planes de reducción de pérdidas de energía eléctrica, la definición de incentivos para la reducción de éstas y el reconocimiento de los costos asociados con estos planes, de acuerdo con las políticas definidas en el Decreto 387 de 2007” cuyo objeto es el desarrollo de los estudios técnicos requeridos para la ejecución de los proyectos de regulación establecidos en la agenda regulatoria de 2009 y 2010, relacionados con la promoción de la competencia y con el marco regulatorio de la actividad de distribución de energía eléctrica.

El alcance del trabajo asignado a la UTP en el Convenio Especifico UTP-CREG No. 2 comprende:

1. Revisar la metodología y criterios utilizados en el estudio de pérdidas técnicas del nivel de tensión 1 del consultor IEB S. A, teniendo en cuenta las observaciones de los OR y lo establecido en la Resolución CREG 097 de 2008.
2. Revisar la metodología empleada para definir las cargas y su correspondiente curva de duración aplicada en los circuitos de nivel de tensión 1.
3. Verificar la información utilizada en los cálculos de pérdidas técnicas del nivel de tensión 1 por los OR.
4. Revisar y analizar los documentos de pérdidas técnicas de energía presentados por los OR.
5. En el caso de encontrar diferencias, proponer alternativas para el cálculo de las pérdidas técnicas en el nivel de tensión 1 de todos los OR.
6. Revisar y validar los resultados presentados en el informe de IEB para el nivel de tensión 1 de todos los OR.
7. Revisar los estudios y atender los comentarios que presenten los OR con posterioridad a la publicación de los resultados de pérdidas del nivel de tensión 1 producto de la revisión que efectúe.
8. Proponer metodologías generales de reducción de pérdidas técnicas de energía en los sistemas de distribución.

Para la ejecución de este alcance, el GP dividió internamente las actividades en dos frentes de trabajo:

- Frente de trabajo 1: Revisión de cálculo de pérdidas técnicas en el nivel de tensión 1, el cual comprende las actividades 1 a 7
- Frente de trabajo 2: Propuesta de metodologías generales de reducción de pérdidas técnicas de energía en los sistemas de distribución. El cual comprende la actividad 8.

Este segundo tomo del informe final corresponde a la propuesta de metodologías generales de reducción de pérdidas técnicas de energía en los sistemas de distribución, actividad 8 del alcance.

Las estrategias presentadas en este informe, corresponden a algunas problemáticas de interés actual tanto para el sector eléctrico como para la comunidad académica y cuya aplicabilidad y viabilidad está respaldada por

---

experiencia prácticas, en diferentes niveles de tensión, en diferentes empresas y sistemas, tales como HydroQuebec<sup>1</sup>, India Electricity Board Benchmark Distribution System<sup>2</sup> y Taiwan Power Company (Taipower) Distribution System<sup>3</sup>, entre otras.

Este informe está organizado de la siguiente manera. En el capítulo 2 se presentan las generalidades sobre las metodologías propuestas para la reducción de pérdidas técnicas en los niveles de tensión I y II y se discriminan por nivel de tensión. En el capítulo 3 se abordan las metodologías propuestas para la reducción de PT en el nivel de tensión I y en el capítulo 4 las metodologías propuestas para el nivel II. Cada uno de estos capítulos está compuesto por secciones relacionadas con el contexto de aplicación de las estrategias, formulación matemática y ejemplos de aplicación a un sistema de prueba. En los anexos se presenta información sobre aspectos tales como: flujo de carga utilizado, técnica de solución empleada y sistemas de prueba.

De esta manera, se pone a consideración de la CREG, los OR y todo el público interesado varias metodologías para reducción de pérdidas técnicas en los niveles de tensión I y II.

- 
1. Laflamme, J. Pierre, Simard, G. (2004). "Six steps to improve distribution voltage quality", Transmission and Distribution World, Marzo 2004.
  2. L. Ramesh, S.P.Chowdhury, S.Chowdhury, A.A.Natarajan, C.T.Gaunt. "Minimization of Power Loss in Distribution Networks by Different Techniques". International Journal of Electrical Power and Energy Systems Engineering 2:1 2009.
  3. Ming-Tong Tsay, Shun-Yu Chan. "The optimal loss reduction of distribution feeder based on transformer rearrangement, electric power and energy systems". 23 (2001). 343-348.

---

## 2. GENERALIDADES SOBRE LAS METODOLOGÍAS PROPUESTAS

Las pérdidas técnicas son inherentes al sistema eléctrico, debido a que todos los dispositivos eléctricos del sistema poseen una resistencia y al existir un flujo de corriente a través de ellos se producen pérdidas de potencia ( $I^2R$ ). La integración en el tiempo de estas pérdidas de potencia produce las pérdidas de energía. La energía consumida por los dispositivos del sistema y que no es aprovechable, se denomina pérdidas técnicas. Así, las pérdidas técnicas se deben a la disipación de energía en dispositivos y lugares tales como: líneas, núcleos de los transformadores y conexiones, entre otros. Además, se pueden presentar pérdidas por fenómenos tales como: fallas de alta impedancia, conexiones de mala calidad, conductores mal dimensionados, entre otros.

La magnitud de la disipación de energía depende en gran medida del patrón de carga de las líneas de transmisión, de los diferentes tipos de carga, del diseño de las líneas, etc. Este tipo de pérdidas, aunque no se pueden eliminar, pueden ser reducidas. Entre los factores que contribuyen a las altas PT están:

- Electrificación rural de gran escala.
- Muchos o muy pocos puntos de transformación.
- Un bajo factor de potencia.
- Manejo inapropiado de la carga.
- Transformadores de distribución que no están localizados en el centro de carga.
- Circuitos de gran longitud.
- Altos flujos de reactivos.
- Bajos niveles de tensión.
- Inadecuada distribución de flujos de potencia por los elementos del sistema.
- Nivel de desbalance de las corrientes en las fases del sistema.

Cuando se analizan alternativas de reducción de PT en los sistemas eléctricos de distribución reales, en particular en los niveles de tensión I y II, es importante considerar la implementación de metodologías en un orden adecuado con el fin de obtener una alta relación beneficio-costos.

En la Figura 2.1 se muestran las estrategias propuestas por el GP para la reducción de PT en los niveles de tensión I y II, donde estas se presentan en orden de aplicación de acuerdo al costo de inversión.

Estas propuestas no garantizan el mismo resultado para todos los OR debido a diversos factores como el comportamiento de la carga, pisos térmicos, topologías, condiciones ambientales, estado actual de la red, etc. Es por esto que estas medidas deben ser evaluadas para cada sistema.

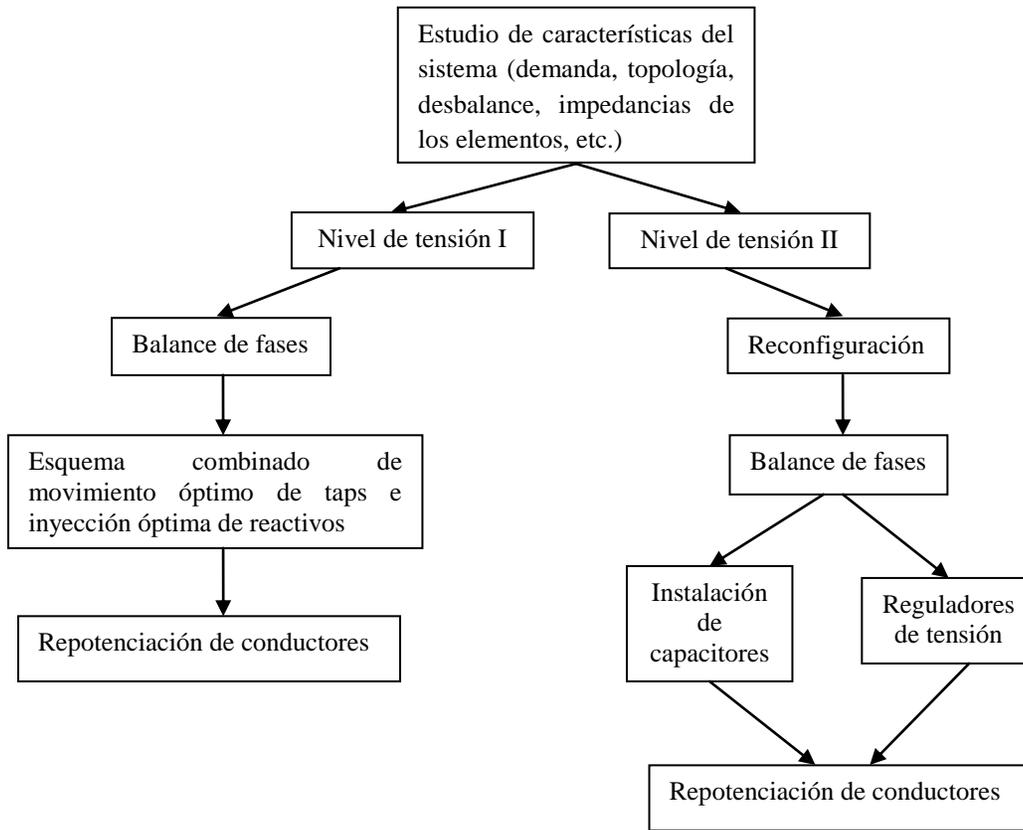


Figura 2.1. Estrategias propuestas para la reducción de PT en nivel I y II

### 3. ESTRATEGIAS PROPUESTAS EN EL NIVEL DE TENSION I

#### 3.1. BALANCE DE FASES

##### 3.1.1. Introducción

Es una realidad inherente de los sistemas eléctricos de distribución que la carga sobre las tres fases de una línea de distribución secundaria y entre los alimentadores primarios no es equilibrada. Esto se traduce en aumento de la corriente en la fase más cargada, en la aparición de corriente por el neutro y en el aumento de la probabilidad que la fase menos cargada presente problemas de sobretensión. Desde el punto de vista de las pérdidas, el aumento o aparición de corrientes afectan las pérdidas técnicas de energía en un valor proporcional al cuadrado de la magnitud de dichas corrientes ( $I^2R$ ). Así, una sección de línea, considerada totalmente resistiva, con una resistencia de 1 Ohmio y corrientes de fase de 50A/100A/150A tendrá unas pérdidas de 35 kW en un sistema trifásico de tres hilos (cargas en  $\Delta$  o en Y sin cable de neutro). Si se considera el neutro, estas pérdidas (para un factor de potencia igual en todas las cargas) se eleva a 42.5 kW. Si el sistema tiene corrientes balanceadas de 100A/100A/100A, las pérdidas se reducen a 30 kW.

Si las cargas en cada fase se redistribuyen adecuadamente, es posible reducir las PT. Una práctica común, para reducir el desequilibrio en el sistema, consiste en el cambio de algunos consumidores conectados a la fase sobrecargada para alguna de las otras fases. Una información de calidad, que permite la identificación del grado de desbalance, es la construcción de curvas de duración de carga por cada una de las fases. De esta manera es posible incluir información sobre la no coincidencia de los diferentes tipos de usuario.

A través de la estrategia de balance de fases se busca disminuir las pérdidas netas de potencia activa y como efecto secundario se encuentran los siguientes beneficios:

- Aumenta la capacidad de la línea de distribución, la cual puede ser usada para atender crecimientos futuros de la carga, sin necesidad de aplicar cambios de conductores.
- Mejora el perfil de tensión debido a que homogeniza las caídas de tensión en cada fase a lo largo de la línea de distribución.

Estos efectos secundarios pueden llegar a ser tanto o más atractivos, en términos de beneficios económicos, que el valor de la reducción de PT.

Una de las estrategias usadas en la reducción de pérdidas no-técnicas en el nivel I consiste en instalar acometidas especiales saliendo de un nodo común, el cual está ubicado estratégicamente, por ejemplo en los bornes de baja tensión del transformador de distribución. La generalización de esta medida implica la minimización o desaparición del ramal de distribución secundario. Por lo cual, el balance de fases en estas circunstancias se realizaría directamente en los terminales de baja tensión del transformador. Sin embargo, para un ramal del nivel I como el ilustrado en la Figura 3.1, la práctica común al realizar balance de fases consiste en equilibrar las corrientes al inicio del ramal secundario. No obstante es una estrategia que puede ser aplicada en cualquier nivel de tensión.

Es relativamente sencillo alcanzar balances perfectos al inicio del ramal. Este tipo de balance no garantiza la máxima reducción de las PT a lo largo de toda la longitud del ramal.

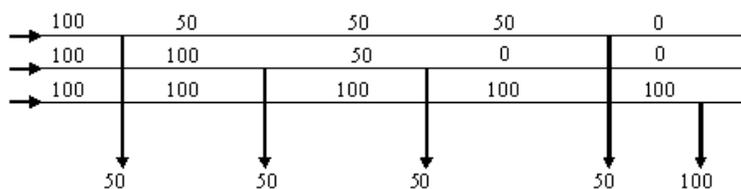


Figura 3.1. Ejemplo de desbalance en una red secundaria

Realizar un balance de forma automatizada, teniendo en cuenta diferentes niveles de la curva de carga, no es una propuesta práctica porque las conexiones de los diferentes usuarios no son conmutables entre las diferentes fases. El balance es realizado generalmente considerando solamente un punto de la curva de carga del transformador de distribución. Este punto puede ser el peor escenario conocido, el instante de máxima demanda, o cualquier otra situación de interés. Un enfoque práctico consiste en identificar las condiciones que dan lugar a los desequilibrios más graves y enfocar todos los esfuerzos para corregir el desequilibrio bajo esa condición de carga.

Sin embargo, otra perspectiva del problema puede ser abordada, se trata del planeamiento del balance de fases. La idea es realizar el estudio para un horizonte de tiempo, de manera que los resultados garanticen la vigencia de las medidas correctivas implementadas durante todo este período de tiempo. Bajo este esquema, se hace necesaria la utilización de la curva de duración de carga discretizada y adicionalmente las medidas correctivas sobre el sistema de distribución se implementan de forma manual.

Para una mayor generalización, en este estudio, la estrategia propuesta de balance de fases podrá ser implementada para un punto de la curva de carga o considerando la curva de duración de carga anual discretizada. El modelo del problema busca una minimización de las pérdidas tomando medidas correctivas globales, es decir que las medidas buscan reducir las pérdidas de todo el sistema y no de una sección en particular. Se debe tener en cuenta que una vez realizado el balance, el ingreso de nuevas cargas debe realizarse de forma balanceada beneficiando al sistema completo (reducción de pérdidas) y no analizando únicamente la sección de la red implicada.

Debido a las características del problema, el modelamiento de los componentes del sistema debe realizarse en forma trifásica. Una de las razones principales, es que no todas las cargas del sistema son trifásicas balanceadas. La mayoría, corresponden al sector residencial, el cual está compuesto por un gran número de usuarios con conexión de tipo monofásico. En cuanto al sector industrial, éste presenta usuarios con conexión del tipo trifásico, pero debido a la carga motriz que maneja, no es posible realizar cambios en la configuración de las fases en estos nodos de carga, debido a que una inversión de secuencia de las fases puede producir traumas en los procesos de producción o daños en las máquinas por la inversión del sentido de rotación que se presenta en los motores. Así, las cargas trifásicas se asumen balanceadas y cualquier desequilibrio en este tipo de cargas debe ser resuelto en la propia carga. Por tal razón, se utiliza un flujo de carga trifásico como el descrito en el Anexo 1.

Los posibles esquemas de conexión para varios tipos de configuraciones iniciales son presentados en la Tabla 3.1. Es importante que la secuencia de fase (positiva o negativa) sea mantenida sin alteraciones en los ramales con cargas trifásicas rotativas, para prevenir daños por rotación inversa.

Tabla 3.1. Diferentes esquemas de conexión

Conexión original		Nueva conexión válida		Conexión original		Nueva conexión válida	
Trifásica	(A, B, C)	(C, A, B)	(B, C, A)	Monofásica	(A, *, *)	(*, A, *)	(*, *, A)
	(A, B, *)	(B, *, C)	(*, A, B)		(B, *, *)	(*, B, *)	(*, *, B)
Bifásica	(*, B, C)	(C, *, B)	(B, C, *)		(C, *, *)	(*, C, *)	(*, *, C)
	(C, A, *)	(A, *, C)	(*, C, A)	-----	-----	-----	

Por ejemplo, un transformador Y-abierto D-abierto con el primario conectado a las fases A y B (A,B,\*) sólo puede ser reconectado a las fases B y C (\*,A,B) o C y A (B,\*,A) para asegurar la misma secuencia de fases para las cargas rotativas trifásicas conectadas en el secundario del transformador. Teniendo en cuenta lo anterior, cada carga, conectada como ABC, tiene asociado un número H que toma valores de uno (1) a seis (6) y que representa los 6 posibles cambios de fase como se muestra en la Tabla 3.2. La configuración 1 (H=1) indica que no hay cambio de fases (las primeras tres configuraciones conservan la secuencia de la carga), las demás configuraciones implican un cambio con o sin modificación de la secuencia. Por ejemplo la configuración 6 (H=6), cuyo valor es CBA, significa que de una conexión ABC (conexión por defecto) se debe pasar a una CBA, como se muestra en la Figura 3.2.

Tabla 3.2. Posibles configuraciones de las cargas

Número (H)	Valor	Secuencia
1	ABC	No hay cambio de secuencia
2	BCA	
3	CAB	
4	ACB	Hay cambio de secuencia
5	BAC	
6	CBA	

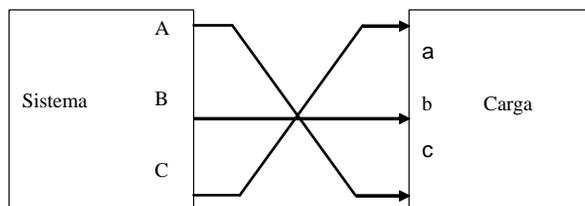


Figura 3.2. Configuración CBA

El cambio en la configuración de cualquiera de las cargas del sistema puede ocasionar un aumento o disminución en las pérdidas del sistema. La metodología asume que el cambio en la configuración no presenta una inversión adicional por parte del operador del sistema. Por esta razón la función objetivo corresponde a minimizar las pérdidas de energía y potencia.

### 3.1.2. Formulación del problema

El modelo matemático del problema de balance de fases puede ser expresado para un punto de la curva de carga o para un horizonte de planeamiento de mediano plazo. Para esto se utiliza la curva de duración de carga anual discretizada. El modelo matemático es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & C_E \sum_{t=1}^{N_t} T_t \sum_{i=1}^{N-1} R_i \left( \frac{P_{it}^2 + Q_{it}^2}{V_{it}^2} \right) + C_L \times P_{Lmax} \\
 \text{s.a.} \quad & P_{D(kt)} = f_P(V_{kt}, \theta_{kt}, \beta) \\
 & Q_{D(kt)} = f_Q(V_{kt}, \theta_{kt}, \beta) \\
 & V_{kmin} < V_k < V_{kmax} \\
 & H_i \in 1, \dots, 6 \\
 & H_i \leq 3 \quad \forall i \mid i = \text{Carga Motriz} \\
 & P_{min} < P_{it} < P_{max} \\
 & \prod \lambda_f = 1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Donde:

- $P_L$  : pérdidas de potencia en el periodo de máxima demanda.  
 $P_{it}$  : flujo de potencia activa por la línea  $i$  en el periodo de tiempo  $t$ .  
 $Q_{it}$  : flujo de potencia reactiva por la línea  $i$  en el periodo de tiempo  $t$ .  
 $\beta$  : representa los parámetros adicionales del flujo de carga.  
 $t$  : índice del nivel de la curva de carga.  
 $k$  : índice de nodos.  
 $i$  : índice de líneas.  
 $N_t$  : número de niveles de carga.  
 $N-1$  : número de líneas del sistema.  
 $T_t$  : duración en horas del nivel de carga  $t$ .  
 $CE$  : costo de la energía.  
 $CL$  : costo de la potencia pico.  
 $\lambda$  : indica el número de trayectorias para llegar desde un nodo al nodo fuente (radialidad del sistema).  
 $H$  : variable que toma valores enteros de 1 a 6 y que representa el cambio en la configuración de cada una de las cargas de acuerdo a la Tabla 3.1.

Las ecuaciones de flujo de carga están dadas por  $P_{D(kt)}$  y  $Q_{D(kt)}$ .

La función objetivo tiene en cuenta las pérdidas de energía del sistema a lo largo del horizonte de planeamiento. De considerarse sólo un punto de la curva de carga (valor pico) la variable  $N_t$  tiene valor de 1 y la función objetivo puede ser planteada en función de potencia únicamente. Así mismo, en el caso general la función objetivo puede tener en cuenta tanto pérdidas de potencia como pérdidas de energía así como el costo de realizar cada uno de los cambios. Las restricciones en uno y otro caso tienen la misma forma.

Las primeras dos restricciones definen el flujo de carga trifásico para cada uno de los  $T_t$  períodos a considerar; la tercera restricción tiene en cuenta los niveles de tensión máximo y mínimo de cada uno de los nodos del sistema; la variable  $H$  define la nueva configuración de las cargas. Debido a que  $H$  es una variable que toma valores enteros, el problema no puede ser resuelto utilizando técnicas matemáticas exactas, adicionalmente es imposible definir un gradiente (según el concepto matemático del gradiente). Por tal razón es necesario utilizar técnicas combinatorias como el Algoritmo Genético Chu-Beasley (AGCB), presentado en el Anexo 2.

Es importante resaltar que al aplicar esta estrategia si no se cuenta con la curva de duración de carga, esta se puede caracterizar empleando datos de un sistema con características similares o cercanía regional. También puede ser empleada en lugar de la curva de duración de carga, el valor de la demanda máxima, para lo cual en la función objetivo del modelo (3.1) solamente queda activo el segundo término.

### 3.1.3. Factores de sensibilidad

Para evaluar el grado de desbalance de una red de distribución es necesario utilizar un índice o factor de sensibilidad. Este índice se calcula para cada segmento de línea del sistema a través de la siguiente expresión:

$$d = \frac{\max \left\{ |I_a - I_{prom}|, |I_b - I_{prom}|, |I_c - I_{prom}| \right\}}{I_{prom}} \times 100\% \quad (3.2)$$

Donde  $I_{prom} = \frac{|I_a| + |I_b| + |I_c|}{3}$ .

El índice del sistema completo es el promedio de los factores de los segmentos de la red. Se puede observar que el valor de este índice es cero cuando existe balance total. El índice de desbalance puede ser implementado igualmente con voltajes; se prefiere el uso de corrientes debido a que éstas son más sensibles al desbalance. Este índice debe ser aplicado a todas las líneas que conforman el sistema de distribución, así; para

cualquier cambio que se realice en la conexión de un punto de carga en el sistema, se debe analizar su efecto en el balance global (el de todas las líneas).

Así, es posible plantear un segundo modelo matemático en el cual la función objetivo incluya reducir el grado de desbalance. De pruebas realizadas en [3.2], sobre el sistema IEEE de 37 nodos [3.3] (ver Anexo A3.1), con dos modelos: i) el planteado exclusivamente para reducción de pérdidas técnicas presentado en el modelo (3.1) y ii) un modelo incorporando el grado de desbalance usando la ecuación (3.2), se establecieron los siguientes resultados:



Figura 3.3. Comportamiento del proceso de optimización

La figura anterior muestra la convergencia del algoritmo utilizando ambas funciones objetivo: desde el punto de vista de las pérdidas (curva inferior) y del desbalance global del sistema (curva superior). Se puede observar que mientras la gráfica de pérdidas es estrictamente decreciente, la gráfica de desbalance no lo es, aunque de forma global también decrece con las pérdidas. Esto muestra que existen algunas configuraciones de carga, las cuales a pesar de presentar mayor grado de desbalance, operan con menores pérdidas. Se debe anotar que este resultado se obtiene para el caso de un sistema trifásico que no tiene neutro en el sistema de distribución primario, lo cual es típico en muchos de los sistemas de distribución existentes. Sin embargo, en el caso de existir neutro, las pérdidas en este conductor aportan cambios en los resultados.

Es por esta razón que el modelo escogido en este estudio corresponde al modelo descrito en (3.1) sin tener en cuenta exclusivamente el índice de desbalance. Esto quiere decir que el balance es una consecuencia de la reducción de pérdidas obtenidas por la reconexión de las cargas en diferentes fases.

#### 3.1.4. Adaptación a la técnica de solución

Para la aplicación del AGCB, el primer paso consiste en definir la codificación de una alternativa de solución del problema. Es decir, definir como es el cromosoma asociado al modelo matemático del problema de balance, de forma que permita evaluar la función objetivo y las restricciones.

Una alternativa de solución (Plan de balance) es el conjunto de variables enteras del problema dispuesto en un arreglo (vector o matriz). La población inicial (conjunto de alternativas de solución) puede ser generada de manera aleatoria o puede ser obtenida utilizando un algoritmo constructivo que utilice factores de sensibilidad o cierta lógica heurística. En este caso, la población inicial se generó de forma aleatoria.

La codificación utilizada para una alternativa X, corresponde al cromosoma mostrado en la siguiente figura, donde cada gen del cromosoma tendrá un valor entre 1 y 6, asociado a las diferentes posibles conexiones.

	Nodo1	Nodo2	.....	Nodo K	.....	Nodo N-1	Nodo N
X =	5	1		3		6	3
	BAC	ABC		CAB		CBA	CAB

Figura 3.4. Codificación de una alternativa X para balance

Para la aplicación del algoritmo genético es necesario definir qué es un vecino. Un vecino de una configuración X es una configuración X' obtenida modificando una posición de X. En este caso la modificación consiste en cambiar la conexión aleatoriamente (un número aleatorio entre 1 y 6). La siguiente figura muestra un ejemplo de alternativa vecina.

X =	5	1		6		6	3
-----	---	---	--	---	--	---	---

Figura 3.5. Alternativa vecina para el problema de balance

3.1.4. 1. Manejo de las restricciones

Al momento de evaluar la función objetivo de cada configuración, se debe verificar el cumplimiento de las restricciones. Si existe alguna violación de las restricciones entonces la función objetivo es penalizada de forma proporcional a la violación. Las restricciones de igualdad corresponden a las ecuaciones de flujo de carga, por lo cual su cumplimiento se garantiza al evaluar la función objetivo usando el flujo de carga trifásico. Las restricciones de desigualdad correspondientes a límites de tensión y capacidad de corriente de las líneas son las restricciones cuya violación es penalizada en la función objetivo.

3.1.5. Caso de prueba

La información correspondiente a este sistema se encuentra en el Anexo 3. Se asume que todas las cargas del sistema pueden ser reconectadas (cambiar de fase). La principal característica de este sistema es que posee diferentes tipos de carga por fase y por nodo (modelo ZIP). Todos los nodos tienen un porcentaje distinto de cargas modeladas como impedancia (Z), corriente (I) o potencia constante (PQ).

3.1.5.1. Considerando un punto de la curva de carga

La pérdidas del sistema base (antes del balance de fases) son calculados para un punto de operación en la curva de carga (demanda máxima). Los resultados son los siguientes:

Tabla 3.3. Resultados del balance de fases

Parámetro	Sistema base	Sistema modificado (después del balance)	% de reducción
Pérdidas de Potencia Activa (kW)	2.5274	2.2583	11.92
Pérdidas de Potencia Reactiva (kVAr)	2.6190	2.3401	10.65

La reducción en pérdidas técnicas es de 11.92% que equivalen a 0.2691 kW. Estos resultados fueron obtenidos usando el AGCB con una población de 20 alternativas. Por lo tanto, al final del proceso se tienen 20 diferentes planes de balance de fases (ver Tabla 3.4) que generan reducción de pérdidas con diferentes costos de inversión. Este abanico de posibilidades es mucho más atractivo que una única respuesta. Los planes 1 y 2 son los que producen mayores reducciones respecto al caso base (11.92%), mientras que el último (plan 20) es el que menor reducción produce (9.12%). Sin embargo, todos los planes son atractivos y el factor diferenciador es el costo de inversión de cada uno.

Tabla 3.4. Diferentes planes de balance para un punto de la curva de carga

Nodo	Tipo de carga	Plan 1	Plan 2	Plan 3	Plan 4	Plan 5	Plan 6	Plan 7	Plan 8	Plan 9	Plan 10	Plan 11	Plan 12	Plan 13	Plan 14	Plan 15	Plan 16	Plan 17	Plan 18	Plan 19	Plan 20	
1	PQ	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	--	BCA	BCA										
	I	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	CAB	--	--	
	Z	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	ACB	CBA	CBA									
2	PQ	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA										
	I	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA										
	Z	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	CBA	ACB									
3	PQ	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	--	BAC	BAC									
	I	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	CBA	ACB									
	Z	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	ACB	BAC	BAC									
4	PQ	BCA	CBA	CBA	CBA	BCA	CBA	CBA	BCA	BCA	BCA	BCA	CBA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	--	BCA	BCA	
	I	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	ACB	BCA	BCA									
	Z	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	--	BCA	BCA									
5	PQ	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC									
	I	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	--	CAB	CAB									
	Z	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA									
6	PQ	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	CBA	CBA	CBA	CBA									
	I	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB									
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
7	PQ	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	I	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB									
	Z	BAC	BAC	BAC	CAB	CBA	CBA	BAC	CBA	CBA	CAB	CBA	CBA									
8	PQ	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB									
	I	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA									
	Z	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	--	ACB	ACB	ACB									
9	PQ	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	BAC	CAB	CAB	CAB									
	I	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	--	BCA	BCA	BCA									
	Z	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	BAC	CAB	CAB	CAB									
10	PQ	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BAC	BCA	BCA	BCA									
	I	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	CBA	ACB	ACB	ACB									
	Z	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	CAB	ACB	ACB	ACB									
11	PQ	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	CBA	CAB	CAB	--
	I	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA									
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	CAB	--	--	--
12	PQ	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC									
	I	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
13	PQ	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB									
	I	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB									
	Z	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB									
14	PQ	--	--	--	--	--	--	--	BAC	--	--	BAC	--	--	BAC	BAC	--	--	--	BAC	BAC	
	I	BCA	CAB	BCA	CAB	CAB	BCA	BCA														
	Z	BCA	CBA	BCA	BCA	CBA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	CAB	BCA	BCA	BCA						
15	PQ	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BCA	BAC	BCA	BCA									
	I	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	ACB	--	--
	Z	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	BCA	CAB									
16	PQ	CAB	ACB	CAB	ACB	CAB	--	ACB														
	I	CBA	CAB	CBA	CAB	CAB	CBA	CAB														
	Z	--	--	--	--	--	--	--	CBA	CBA	BAC	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	--	BAC	--	CBA	BAC	
17	PQ	BAC	ACB	BAC	ACB	ACB	BAC	ACB														
	I	CAB	CAB	--	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB						
	Z	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB	CAB									
18	PQ	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA									
	I	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC									
	Z	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	BAC	ACB	ACB									
Pérdidas kW		2,258	2,258	2,261	2,263	2,263	2,263	2,271	2,271	2,271	2,276	2,281	2,281	2,281	2,281	2,291	2,294	2,294	2,304	2,309	2,316	
Reducción %		11,91	11,91	11,78	11,70	11,70	11,70	11,31	11,29	11,27	11,06	10,82	10,82	10,82	10,78	10,33	10,19	10,17	9,677	9,468	9,128	

### 3.1.5.2. Considerando la curva de carga completa

En este caso se obtienen los resultados para un horizonte de planeamiento utilizando una curva de duración de carga típica, la cual es discretizada en tres niveles de carga (alto, medio y bajo) y cubre un horizonte de un año. El uso de dicha curva permite que un problema puramente operativo como el balance de fases sea llevado a un horizonte de planeamiento. El sistema utilizado es el mismo del caso anterior. Para el caso base, los cálculos indican que las pérdidas de energía para un año son 6352.7 kW-h/año, las cuales son distribuidas en 2527.4 kW-h/año para el nivel de máxima carga, 2736.9 kW-h/año para el nivel intermedio y 1088.5 kW-h/año para el nivel más bajos de carga.

Tabla 3.5. Curva de duración de carga

Duración[h]	1000	3000	4760
Valor de carga [%]	100	60	30

En la Tabla 3.6 se muestran 10 planes de balance para un horizonte de planeamiento de 1 año obtenidos usando AGCB. La mejor alternativa encontrada corresponde al plan 1.

El perfil de corrientes de línea antes del balance es mostrado en la Figura 3.6. Se puede notar que las corrientes al comienzo del alimentador son bastante desequilibradas, siendo la más alta la que circula por la fase A (>150 A). El desequilibrio de las corrientes se aprecia a lo largo de todo el sistema. Después de aplicar el balance de fases (ver Figura 3.7), las magnitudes de las corrientes al comienzo del alimentador son similares y permanecen así a lo largo de toda la red.

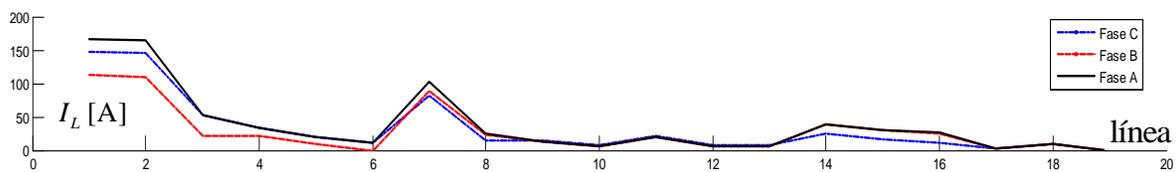


Figura 3.6. Perfil de corrientes de línea antes del balance

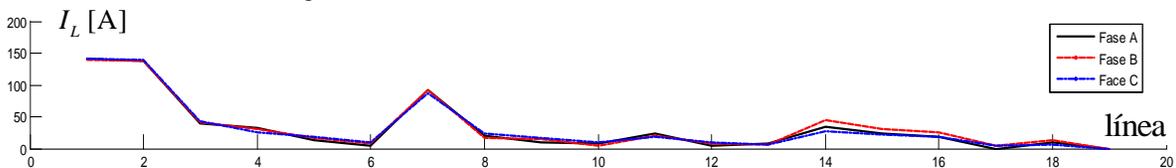


Figura 3.7. Perfil de corrientes de línea después del balance (Plan 1)

Se puede observar que al emplear el balanceo de fases se obtienen beneficios adicionales a los de la reducción de pérdidas tales como aumento en la capacidad de la línea de distribución y mejora en el perfil de tensión.

La reducción de pérdidas a través del balance de fases, resulta muy atractiva por su bajo costo de inversión. Adicionalmente los ahorros en los costos de operación pueden ser significativos en la medida que el sistema tenga un alto grado de desbalance. Por lo tanto, las empresas deben estudiar las alternativas de solución de acuerdo a las condiciones propias de cada empresa.

Tabla 3.6. Diferentes planes de balance para un horizonte de planeamiento de 1 año

Nodo	Tipo de carga	Plan 1	Plan 2	Plan 3	Plan 4	Plan 5	Plan 6	Plan 7	Plan 8	Plan 9	Plan 10
1	PQ	BCA									
	I	BAC									
	Z	ACB									
2	PQ	--	--	--	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	BAC	CAB
	I	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	Z	CBA									
3	PQ	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA
	I	BAC									
	Z	BCA									
4	PQ	ACB									
	I	--	--	--	--	--	--	--	--	--	BCA
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	PQ	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	I	CBA									
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
6	PQ	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	I	CAB									
	Z	BCA									
7	PQ	CBA									
	I	CBA									
	Z	BAC									
8	PQ	BAC									
	I	BCA									
	Z	CAB									
9	PQ	BCA									
	I	CAB									
	Z	ACB									
10	PQ	BAC									
	I	BAC									
	Z	CAB									
11	PQ	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	I	CAB									
	Z	BCA									
12	PQ	ACB									
	I	ACB									
	Z	ACB									
13	PQ	BCA									
	I	BAC									
	Z	CBA									
14	PQ	ACB	ACB	ACB	BAC						
	I	ACB	ACB	CBA							
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	ACB	ACB
15	PQ	BAC	CBA								
	I	BAC	CBA	CBA							
	Z	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
16	PQ	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	I	CBA									
	Z	BAC									
17	PQ	CAB									
	I	BAC	CAB	CAB	CAB						
	Z	BAC									
18	PQ	CBA									
	I	CBA									
	Z	CBA									
Pérdidas kW-h/año		5640,9	5640,9	5652,1	5652,1	5654	5658,2	5663,1	5666,3	5676,9	5684,1
Reducción %		11,20	11,20	11,03	11,03	11,00	10,93	10,86	10,80	10,64	10,52

### 3.2. REPOTENCIACIÓN DE CONDUCTORES

#### 3.2.1. Introducción

La repotenciación consiste en el cambio de conductores para líneas existentes, motivado en casos en que las pérdidas sean excesivas, el flujo de potencia supere la capacidad del conductor actual o el sistema presente tensiones abajo del valor mínimo permitido.

El siguiente ejemplo ilustra las alternativas de selección del conductor para una línea, en el que el cambio de los conductores disminuye las pérdidas a costa de inversiones. La resistencia de la línea de la Figura 3.8 es de  $10\Omega$  y se pueden cambiar los conductores para obtener resistencias de  $8\Omega$  y  $6\Omega$  con costos de 50 y 70 millones de pesos respectivamente.

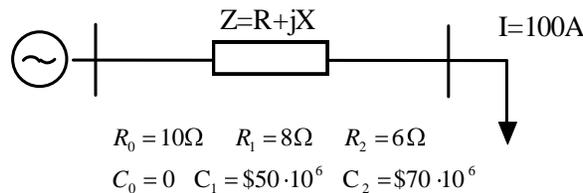


Figura 3.8. Ejemplo básico de la selección del conductor para una línea

El estado inicial de la línea presenta unas pérdidas  $PL_0 = I^2 R_0 = 100\text{kW}$ . Usando las dos opciones de conductores las pérdidas son  $PL_1 = I^2 R_1 = 80\text{kW}$  y  $PL_2 = I^2 R_2 = 60\text{kW}$ . Es claro que las menores pérdidas se consiguen con el conductor del tipo 2, que es aquel que tiene la menor resistencia y a su vez presenta el mayor costo. Con las pérdidas de potencia se pueden calcular los costos de las pérdidas de energía durante la vida útil de la línea y comparar los costos iniciales (con pérdidas de  $100\text{kW}$ ) con el costo total de las otras alternativas que tienen menores pérdidas pero que requieren inversiones. Esa comparación permite hacer la selección óptima del conductor que presenta costo total mínimo. Suponiendo que existe un factor igual a  $2 \times 10^6 \text{\$/kW}$  que permite calcular el costo de las pérdidas de energía a partir de las pérdidas de potencia el costo total de las tres posibilidades es:

$$CT_0 = 100\text{kW} \times 2 \times 10^6 \text{\$/kW} = \$200 \times 10^6$$

$$CT_1 = 80\text{kW} \times 2 \times 10^6 \text{\$/kW} + 50 \times 10^6 = \$210 \times 10^6$$

$$CT_2 = 60\text{kW} \times 2 \times 10^6 \text{\$/kW} + 70 \times 10^6 = \$190 \times 10^6$$

Es preciso aclarar que la inversión se puede recuperar con la reducción obtenida de las pérdidas y por cargos por uso en sistemas de distribución. Del ejemplo anterior se puede observar que el proyecto es rentable solamente considerando la reducción de pérdidas, por lo que se puede inferir que es mucho más rentable si se consideran los cargos por uso.

Así, para el ejemplo presentado, la mejor opción es cambiar los conductores de la línea para el tipo 2, con una inversión de 70 millones de pesos y un costo total de 190 millones de pesos.

En las próximas secciones se desarrollarán los criterios financieros y técnicos para determinar cuál es la mejor selección del conductor para cada línea, de forma que el costo total del sistema sea mínimo. La decisión del cambio de conductores debe estar respaldada con los beneficios inherentes a ese cambio:

- Ahorro en el costo total del sistema para el caso en que la disminución de las pérdidas compensa las inversiones.
- Aumento de la cargabilidad de las líneas como previsión para el aumento de la demanda.
- Mejoramiento del perfil de tensión.

En la literatura especializada existen diversos trabajos que han tratado el problema. Ponnaivaikko y Rao [3.4] propusieron un modelo matemático para el problema, representando los costos de los alimentadores, las pérdidas y la caída de tensión en función de los calibres de los conductores, sin considerar las restricciones de capacidad de los conductores. El método empleado para la solución del modelo fue la programación dinámica, limitando el tamaño de los sistemas que conseguía resolver.

En [3.5] es propuesto un método heurístico para la selección óptima de los conductores en el sistema de distribución, dividido en una fase de selección por medio de un criterio económico basado en la densidad de corriente, seguida de la selección de conductores por medio de un índice de sensibilidad que evalúa la relación costo-caída de tensión.

Basado en ese trabajo, en [3.6] es presentado un método heurístico integrado para la localización óptima de capacitores y la selección de conductores, proponiendo índices de sensibilidad para la inyección de reactivos en el sistema. En [3.7] también es presentado un método integrado de capacitores y selección de conductor, pero el modelo es resuelto con algoritmos genéticos.

Tram y Wall [3.8] desarrollaron un método para resolver el problema de la selección de conductores por medio de funciones de estado y criterios de selección para minimizar los costos de las inversiones y de las pérdidas, considerando la restricción de tensión y reguladores de tensión existentes.

Diferentes trabajos han usado técnicas evolutivas para resolver el problema [3.9-3.10]. En [3.11], Kaur y Sharma, usaron un método de enumeración aplicando reglas lógicas para disminuir el espacio de búsqueda, mostrando resultados para sistemas de gran tamaño.

Mandal y Pahwa [3.12] trabajaron en el problema de la selección de un conjunto de tipos de conductores, para ser utilizados en el sistema de distribución; usaron criterios económicos y de ingeniería, como la minimización del área de la sección transversal respecto a los costos de los conductores, con la linealización de los costos de las pérdidas.

La mayoría de los métodos desarrollados usan aproximaciones, sean en el cálculo de las pérdidas o en la evaluación de la caída de tensión y el problema de repotenciación de líneas existentes no es considerado.

El problema presentado en este trabajo puede ser definido como seleccionar de forma óptima los conductores de líneas nuevas y repotenciar líneas existentes, para que el sistema de distribución opere a un mínimo costo, cumpliendo las restricciones técnicas y de operación.

El método propuesto puede ser aplicado para redes trifásicas desbalanceadas, ya sean en los niveles primario o secundario. El cálculo de las pérdidas para la evaluación de los costos de operación del sistema puede ser llevado a cabo con el uso del factor de pérdidas o con una curva de duración de carga discretizada, siendo que para este trabajo fue utilizada esa última forma.

Este trabajo propone la aplicación del algoritmo genético de Chu-Beasley (Anexo A2.4) para resolver el problema generalizado de la selección óptima y repotenciación de conductores en sistemas de distribución, consiguiendo entregar rápidamente una configuración que cumple las restricciones de operación.

### 3.2.2. Modelo matemático del problema

El problema es formulado como la minimización de los costos totales del sistema, separados en los costos de las pérdidas de energía a lo largo de los años de estudio y los costos de las inversiones en las líneas. Son incluidas las ecuaciones relacionadas con la potencia activa y reactiva en los nodos (ecuaciones del flujo de potencia), las restricciones de capacidad de corriente de las líneas y los límites de tensión.

$$\text{Min } fo = \sum_{j \in F \cup R} \sum_{a \in \Omega_T} CI_{ja} + CV_{ja} \times y_{ja} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
 \text{s.a. } P_k &= f_p \quad \forall k \in N \\
 Q_k &= f_Q \quad \forall k \in N \\
 V_{\min} &\leq V_k \leq V_{\max} \quad \forall k \in N \\
 I_{ja} &\leq I_{\max a} \times y_{ja} \quad \forall j \in F \cup R \\
 \sum_{a \in \Omega_T} y_{ja} &= 1 \quad \forall j \in F \cup R
 \end{aligned}$$

Donde:

- $\Omega_T$ : conjunto de los tipos de conductores disponibles.
- $N$ : conjunto de nodos del sistema.
- $F$ : conjunto de líneas la construir.
- $R$ : conjunto de líneas que pueden ser repotenciadas.
- $CI_{ja}$ : costo de instalación de la línea j usando el tipo de línea a.
- $CV_{ja}$ : valor presente del costo de las pérdidas de energía de la línea j usando el tipo de línea a.
- $V$ : vector de magnitud de tensiones en las barras.
- $\Theta$ : vector de ángulos de tensiones en las barras.
- $y_{ja}$ : variable binaria de decisión para a selección del tipo de conductor a en la línea j.
- $I_{ja}$ : corriente de la línea j con el tipo de conductor a.
- $V_{\min}$ : límite mínimo de tensión.
- $V_{\max}$ : límite máximo de tensión.
- $P_k$ : vector de potencia activa en las barras.
- $Q_k$ : vector de potencia reactiva en las barras.
- $V_k$ : voltaje en la barra k.

El costo de instalación (CI) depende del tipo de línea empleado (que a su vez depende del calibre del conductor, de la configuración física y del número de hilos), así como de la longitud de la línea. Este costo corresponde al costo de construcción si se trata de una línea nueva o al costo de repotenciar si se cambian los conductores en una línea existente. El costo de instalación incluye el costo de los conductores, estructuras, mano de obra y demás costos necesarios.

Los costos de las pérdidas de energía en las líneas (CV) son calculados usando las pérdidas obtenidas con el flujo de potencia para cada nivel de la curva de duración de carga, ponderadas con el tiempo de duración de cada nivel. En la Figura 3.9 se ilustra una curva de duración de carga típica. Las pérdidas de energía para la línea j usando el tipo de conductor a son calculadas con la ecuación (3.4).

$$PE_{ja} = \sum_{t \in \Omega_T} PL_{jat} \times \Delta T_t \tag{3.4}$$

Donde  $PL_{jat}$  son las pérdidas de potencia de la línea j usando el tipo de conductor a para el nivel t de la curva de carga y  $\Delta T_t$  corresponde al número de horas al año del mismo nivel.

Las pérdidas de potencia (para el caso trifásico) son calculadas según la ecuación (3.5).

$$PL_{jat} = \text{Real } I_{jat} Z_{ja} I_{jat}^* \tag{3.5}$$

Para el cálculo de las pérdidas en el caso trifásico son usadas la matriz de impedancia trifásica de la línea (Z) y el vector de corrientes (I).

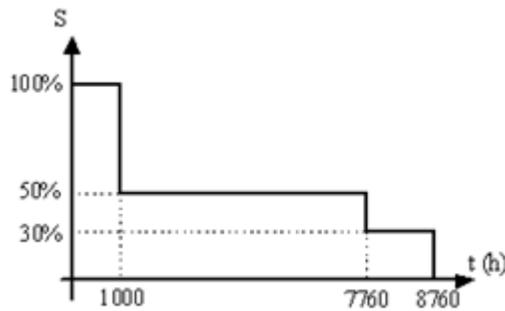


Figura 3.9. Curva de duración de carga típica

Para el cálculo de CV, además de las pérdidas de energía y el precio de la energía (en \$/kW-h), es usado un factor de actualización que considera la tasa de crecimiento de la demanda (g) y la tasa de descuento (td) para llevar a valor presente el costo de las pérdidas a lo largo de la vida útil de la línea. Ese factor de actualización (fa) es calculado con la ecuación (3.6).

$$fa = \sum_{k=1}^{\text{años}} \frac{1 + ie^k}{1 + td^k} \frac{1 + g^{2k}}{k} \quad (3.6)$$

Así, los costos de las pérdidas de energía son calculados con la ecuación (3.7).

$$CV_{ja} = ce \times fa \times PE_j = ce \times fa \times \sum_{t \in \Omega_T} PL_{jat} \times \Delta T_t \quad (3.7)$$

Donde,

- ce : costo de la energía en \$/kW-h en el año cero.
- g : tasa de crecimiento de la demanda.
- ie : tasa de crecimiento del costo de la energía.
- td : tasa de descuento.

### 3.2.3. Método heurístico para la selección de conductores

La solución propuesta para el problema está conformada por una selección del conductor para cada alimentador de forma que el costo total sea mínimo, la capacidad de cada conductor sea mayor que la corriente conducida y la tensión mínima sea respetada.

En esta sección se presenta un método heurístico para la solución del problema, el cual está dividido en dos fases. En la primera fase son escogidos los tipos de conductor con el criterio de menor costo y respetando la restricción de capacidad de corriente, relajando la restricción de tensión. En la segunda fase, si existen nodos con tensión abajo de la tensión mínima permitida, el calibre de los conductores es aumentado según un índice de sensibilidad hasta conseguir cumplir con esa restricción.

#### 3.2.3.1. Selección óptima del tipo de conductor para una línea según el flujo de potencia

En esta sección será desarrollado un método para determinar el tipo de conductor adecuado para un alimentador en función de la corriente conducida y sin tener en cuenta la restricción de tensión mínima.

Dada una carga y un conjunto de tipos de conductores disponibles para seleccionar el conductor de la línea que va a conectar la carga, se debe seleccionar el mejor conductor para la línea. Cada tipo de conductor tiene los siguientes parámetros:

- CF: costo fijo por unidad de longitud.
- R: resistencia por unidad de longitud.
- X: reactancia por unidad de longitud.
- $I_{max}$ : capacidad máxima de corriente.

La Tabla 3.7 muestra un ejemplo de un conjunto de conductores con sus parámetros. Para la simplificación del análisis los tipos de conductores están ordenados en orden descendente según la resistencia.

Tabla 3.7. Ejemplo de un conjunto de tipos de conductores

Tipo	R [ $\Omega$ /km]	X [ $\Omega$ /km]	$I_{max}$ [A]	CF [\$/km]
1	1.504	0.4698	145	30
2	0.9477	0.4525	195	35
3	0.7513	0.4437	225	42
4	0.5954	0.4350	265	46

El costo de la línea j usando el tipo a de conductor puede ser expresado en términos de los parámetros del tipo de conductor, de la corriente que transporta y la longitud de la línea ( $L_j$ ) así:

$$CT_{ja} = (CF_a + ce \times fa \times \sum_{t \in \Omega_T} \text{Real } I_{jat} Z_{ja} I_{jat}^* \times \Delta T_t) \times L_j \quad (3.8)$$

Las funciones de costo de la línea por unidad de longitud, que dependen de la corriente de la línea, son mostradas en la Figura 3.10. Para un valor dado de corriente existe un tipo de conductor que tiene costo mínimo y la figura muestra que aparecen intervalos en que un conductor es mejor que los otros. Se puede concluir que el tipo de conductor 3 no tiene un costo menor que los otros en ningún intervalo de corriente y por eso ese conductor no tiene oportunidad de ser seleccionado. Esta figura fue construida para el caso monofásico con el fin de ilustrar la característica de las funciones de costo utilizando la corriente de la línea como variable.

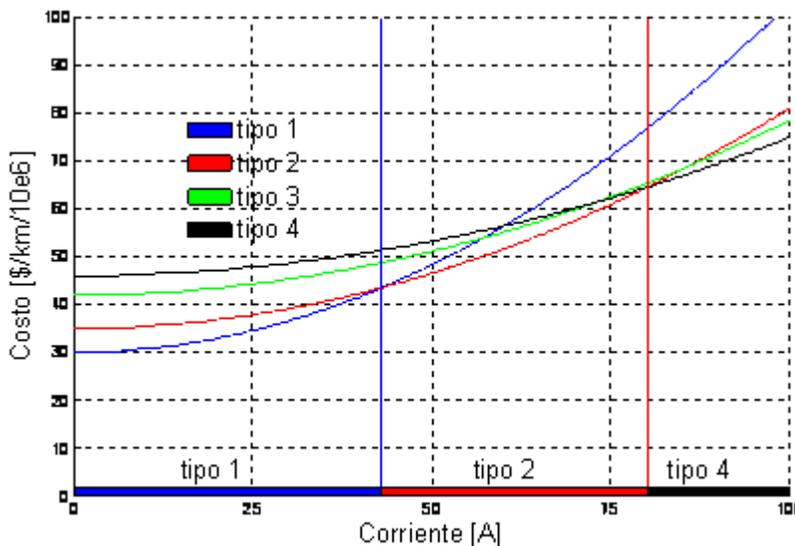


Figura 3.10. Funciones de costo para los tipos de conductor de la Tabla 3.7

De una forma simplificada los costos de repotenciación dependen solamente del tipo de conductor final. En general, los costos para repotenciar un alimentador a un tipo de conductor específico pueden depender

también del tipo de conductor inicial, a partir del cual la repotenciación es hecha, ya que es posible que además del conductor sea necesario cambiar partes de la estructura para soportar un conductor de mayor peso o el conductor antiguo que no se va a usar más tiene algún valor económico. En la Tabla 3.8 son presentados los costos de repotenciación, incluidos en la primera línea los costos fijos para alimentadores nuevos (representados con el tipo 0). También se puede observar que el costo para construir un nuevo alimentador del tipo 2 es  $35 \times 10^6$ /km, según la posición (0,2). Para repotenciación un alimentador con tipo inicial 1 con el tipo 2 el costo es  $26 \times 10^6$ /km, según la posición (1,2) y con el tipo 3 el costo es  $32 \times 10^6$ /km, según la posición (1,3).

Tabla 3.8. Costos de repotenciación para los conductores de la Tabla 3.7

Tipo Inicial	Costo de repotenciar un conductor [\$/km/10 <sup>6</sup> ]			
	1	2	3	4
0	30	35	42	46
1	0	26	32	37
2	-	0	31	36
3	-	-	0	35
4	-	-	-	0

La función de costos considerando la repotenciación es calculada usando la ecuación (3.9).

$$CT_{ja} = (CR_{oa} + ce \times fa \times \sum_{t \in \Omega_T} \text{Real } I_{jat} Z_{ja} I_{jat}^* \times \Delta T_t) \times L_j \tag{3.9}$$

El término  $CR_{oa}$  corresponde al costo de cambiar de conductor de una línea del tipo inicial o para el tipo a.

En la siguiente figura son mostradas las curvas de costos para repotenciar una línea con conductor inicial tipo 1. Dependiendo de los costos y factores usados es posible que para una corriente dada el conductor de costo mínimo no tenga la capacidad suficiente para soportar esa corriente, entonces debe buscarse el conductor con el costo más bajo que soporte esa corriente.

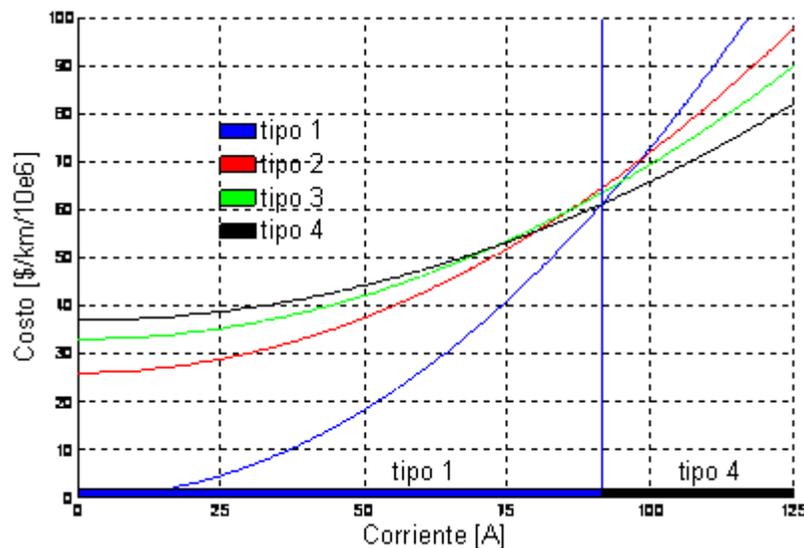


Figura 3.11. Funciones de costo para repotenciar los tipos de conductor

Considerando las ideas presentadas en esta sección, se propone un método heurístico para determinar el conductor óptimo de una línea, en función de su corriente, que consiste en calcular las funciones de costo para cada tipo de conductor y escoger el tipo con el menor costo que soporte la corriente máxima de la línea. Este método heurístico permite encontrar rápidamente una configuración para las líneas que en la mayoría de los casos corresponde a la solución óptima o una muy próxima a ella.

Es necesario aclarar que la selección hecha con el criterio desarrollado no considera la restricción de tensión, por lo que en el caso de tensiones abajo del valor mínimo permitido, se hace necesaria una segunda fase en la que se aumentan los calibres de los conductores (y por consiguiente se reducen las resistencias) para mejorar el perfil de tensión.

### 3.2.3.2. Índice de sensibilidad para la selección del tipo de conductor para mejorar el perfil de tensión

Para un sistema de distribución con nodos que presentan tensiones debajo de los niveles deseados se pueden cambiar los conductores de las líneas para disminuir la caída de tensión. La ganancia en el aumento de la tensión es obtenida con un aumento de la inversión, ya que los calibres de algunas líneas pasan a ser mayores, implicando también una reducción de las pérdidas.

La ecuación (3.10) presenta un índice de sensibilidad para repotenciar, basado en el índice en [3.5], que permite comparar los candidatos para cambiar de conductor considerando los tres factores: caída de tensión, aumento de la inversión y reducción de las pérdidas.

$$IR_{k:a \rightarrow n} = \frac{CR_{kn} - CR_{ka} + ce \times fa \times \sum_{t \in \Omega_T} \text{Real } I_{jat} Z_{kn} - Z_{ka} I_{jat}^* \times \Delta T_t}{|Z_{ka} - Z_{kn} \times I_{jat}|_{\phi}} \quad (3.10)$$

El índice representa la razón de la variación de los costos respecto a la disminución de la caída de tensión al cambiar el conductor de la línea con tipo inicial k del tipo actual a para el nuevo tipo n. La variación de los costos es la diferencia de los costos de la línea con los tipos a y n; la variación de la caída de tensión depende de la corriente y de la diferencia de las impedancias de los tipos actual y nuevo. El denominador del índice representa la disminución de la caída de tensión de la fase  $\Phi$ , que es la fase que presenta la menor tensión.

Para una disminución en la caída de tensión en la línea, el nuevo tipo n debe tener una resistencia menor y en consecuencia una impedancia menor que el tipo inicial.

La mejor línea candidata para cambiar el tipo de conductor es aquella que tiene el mayor cociente de disminución de la caída de tensión respecto al aumento de los costos, que corresponde a la línea con el menor índice.

Si después de la selección de los conductores usando los criterios económicos y de capacidad de la sección anterior, el sistema presenta problemas de tensión con nodos abajo del límite inferior, el índice de sensibilidad es usado para seleccionar las líneas que deben ser repotenciadas para disminuir la caída de tensión y alcanzar la tensión mínima. Esta fase puede ser dividida en los siguientes pasos:

1. Si el sistema tiene nodos con tensión abajo del límite inferior ir al paso 2, en caso contrario terminar.
2. Identificar el nodo con menor tensión ( $b_x$ ).
3. Calcular el índice para las líneas e identificar la línea con el menor índice, repotenciarla actualizando sus parámetros eléctricos y calcular la nueva tensión en la barra  $b_x$ .
4. Si la tensión en la barra  $b_x$  todavía está abajo del límite inferior regresar al paso 3, caso contrario regresar al paso 1.

### 3.2.4. Aplicación del AGCB al problema

El algoritmo genético de Chu-Beasley fue aplicado al problema de la selección del conductor y la repotenciación de líneas en el sistema de distribución. Las generalidades de esta técnica de optimización combinatorial son presentadas en el Anexo 2. En esta sección se describen detalles específicos como la codificación de la solución, la generación de configuraciones iniciales y el manejo de las restricciones de capacidad de corriente y tensión mínima.

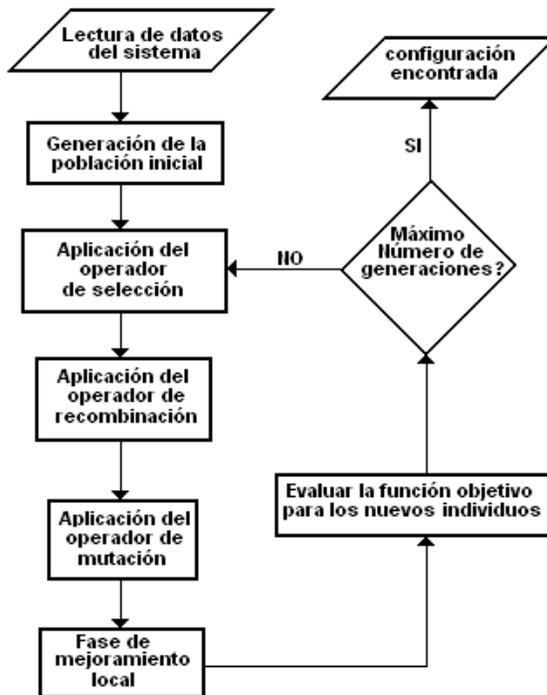


Figura 3.12. Diagrama del algoritmo genético para el problema de repotenciación

#### 3.2.4.1. Codificación de la solución

La codificación de los conductores de las líneas es hecha con un vector que almacena el tipo de conductor de cada línea. La codificación es entera, donde un número representa el tipo de conductor correspondiente. En la siguiente tabla se muestra un ejemplo de la codificación implementada. De acuerdo con la tabla, el tipo de conductor designado para la línea 3 es el número 2.

Tabla 3.9. Ejemplo de la codificación para el problema de repotenciación

Tramo de red	1	2	3	4	...	19	20
Tipo de conductor	4	4	2	2	...	1	1

#### 3.2.4.2. Generación de la población inicial

La generación de la población inicial es hecha combinando una selección aleatoria de los tipos de conductor para las líneas con el método heurístico desarrollado en la sección anterior. Es ejecutada una primera fase basada en la selección del conductor basada en los criterios económicos y de capacidad corriente y si es necesario es ejecutada la segunda fase basada en el índice de sensibilidad para resolver problemas de tensión.

### 3.2.4.3. Fase de mejoramiento local

Cuando son generados nuevos individuos con el proceso de recombinación y mutación se puede hacer una fase de mejoramiento local usando las dos fases del método heurístico, intentando mejorar la función objetivo o reducir violaciones de las restricciones.

### 3.2.4.4. Manejo de las restricciones

Al momento de evaluar la función objetivo de cada configuración se debe verificar el cumplimiento de las restricciones. Si existe alguna violación de las restricciones entonces la función objetivo es penalizada de forma proporcional al desvío.

Además de las restricciones incluidas en el modelo matemático, se puede incluir una restricción sobre la selección de los conductores, que asegure que el calibre de los conductores no disminuya desde la subestación hasta las líneas terminales.

En (3.11) se muestra como se calcula la función objetivo con penalización. Los términos que aparecen en esta ecuación se refieren al valor de la función objetivo sin penalizar ( $f_0$ ), a la penalización por violaciones de la restricción de capacidad de corriente de las líneas, a la penalización por desvíos respecto a la tensión mínima en los nodos y a la penalización por violación del criterio de selección no adecuada de los conductores (conductores de menor calibre al principio de la subestación con respecto al resto de los tramos). La variable  $R_j^0$  representa la resistencia de la primera línea aguas arriba de la línea  $j$  y permite saber si existe un aumento del calibre de la línea  $j$  respecto a esa línea aguas arriba, por lo que se tendría  $R_j < R_j^0$ .

$$\begin{aligned} f_0 \text{ pen} = f_0 + \sum_{j \in \Omega_{F \cup R}} \alpha_j \times I_j - I_{t_{\text{imax}}} + \sum_{i \in \Omega_N} \beta_i \times V_{\text{min}} - V_i \\ + \sum_{j \in \Omega_{F \cup R}} \delta_j \times R_j - R_j^0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

La variable  $\alpha_j$  vale cero cuando  $I_j \leq I_{t_{\text{imax}}}$  y adquiere un valor diferente de cero cuando  $I_j > I_{t_{\text{imax}}}$ . La variable  $\beta_i$  vale cero cuando  $V_i \geq V_{\text{min}}$  y adquiere un valor diferente de cero cuando  $V_i < V_{\text{min}}$ . La variable  $\delta_j$  vale cero cuando  $R_j \geq R_j^0$  y adquiere un valor diferente de cero cuando  $R_j < R_j^0$ . Las variables  $\alpha_j, \beta_i$  y  $\delta_j$  deben tener el siguiente comportamiento:

- Como variable binaria. Definen si el término que presiden entra a ser parte de la función objetivo o no.
- Ajuste de unidades. Deben garantizar que el término involucrado permanezca en la función objetivo con unidades monetarias.
- Factor de penalización. Deben especificar el peso de penalización que debe tener cada término.

### 3.2.5. Caso de prueba

Para ilustrar la aplicación del método de repotenciación para la red secundaria se empleó un sistema de 18 líneas y 19 nodos (ver Anexo 3). El nodo inicial de la red es el número 0, con tensión nominal 208 V. Se consideran dos tipos de conductores. Se usó la curva de carga mostrada en la Figura 3.9 y se emplearon los siguientes datos:

- Precio de la energía: 100\$/kW-h.
- Tasa de crecimiento de la carga: 0%.
- Tasa de crecimiento del costo de la energía: 0%.

- Tasa de descuento: 10%.
- Años de estudio: 10.
- Tensión mínima: 0.95 pu.

Los datos de las cargas para la red secundaria aparecen en la siguiente tabla.

Tabla 3.10. Datos de las cargas de la red secundaria

Nodo	P <sub>A</sub> [kW]	Q <sub>A</sub> [kVAr]	P <sub>B</sub> [kW]	Q <sub>B</sub> [kVAr]	P <sub>C</sub> [kW]	Q <sub>C</sub> [kVAr]
1	0.44	0.21	0.47	0.23	0.51	0.25
2	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
3	2.18	1.05	2.36	1.14	2.54	1.23
4	2.61	1.27	2.83	1.37	3.05	1.48
5	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98
6	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
7	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98
8	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
9	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
10	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
11	2.61	1.27	2.83	1.37	3.05	1.48
12	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
13	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
14	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98
15	0.87	0.42	0.94	0.46	1.02	0.49
16	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98
17	0.44	0.21	0.47	0.23	0.51	0.25
18	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98

A continuación se muestran las matrices de impedancias por unidad de longitud para los dos tipos de conductores disponibles.

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0.6810 + j0.6980 & 0.0600 + j0.0780 & 0.0600 + j0.0500 \\ 0.0600 + j0.0780 & 0.6810 + j0.6980 & 0.0600 + j0.0360 \\ 0.0600 + j0.0500 & 0.0600 + j0.0360 & 0.6810 + j0.6980 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0.5072 + j0.4609 & 0.0560 + j0.0640 & 0.0560 + j0.0450 \\ 0.0560 + j0.0640 & 0.5072 + j0.4609 & 0.0560 + j0.0320 \\ 0.0560 + j0.0450 & 0.0560 + j0.0320 & 0.5072 + j0.4609 \end{bmatrix}$$

En la Tabla 3.11 son mostrados los datos de las líneas del sistema.

Tabla 3.11. Datos de las líneas de la red secundaria

Envío	Recibo	long [m]	Tipo de conductor
0	1	8	1
1	6	9	1
6	12	17	1
1	2	8	1
2	3	18	1
3	4	26	1
4	5	16	1
6	13	9	1
13	14	17	1
14	15	22	1
15	16	24	1
15	17	30	1
17	18	18	1
6	7	23	1
7	8	23	1
8	9	15	1
6	10	26	1
10	11	26	1

El costo de repotenciación de un kilómetro de línea usando el conductor de tipo 2 es de 25 millones de pesos. La capacidad de corriente de los conductores de tipo 1 y 2 es de 245A y 305A respectivamente.

En la Tabla 3.12 se muestra el estado del sistema antes y después de repotenciar. Se encontró que deben ser cambiados los conductores de las líneas 0-1 y 1-6 para el conductor de tipo 2. El perfil de tensión es mejorado y no se presentan problemas con la capacidad de corriente de las líneas.

Tabla 3.12. Estado final para el sistema de 20 líneas

SISTEMA SP20	Estado inicial	Estado final
Pérdidas máx. [kW]	2.85	2.32
Inversión [ $\$ \times 10^6$ ]	0	0.418
Costo total [ $\$ \times 10^6$ ]	4.743	4.295
Tensión mínima [pu]	0.9413	0.9506

Implementando la propuesta de repotenciación con una inversión de \$418.451 se obtiene una disminución del costo total (valor presente neto del costo del sistema) de \$448.000.

El costo anual de las pérdidas de energía en el estado inicial es de \$771.883 y en el estado final es de \$630.921. Así, la disminución anual del costo de las pérdidas de energía es de \$140.962. La tasa interna de retorno del proyecto, según la diferencia del estado final del sistema con respecto al estado inicial, se calcula como la solución de la ecuación (3.12) para la variable TIR.

$$0.418 - 0.141 \times \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{1 + \text{TIR}^k} = 0 \quad (3.12)$$

Resolviendo la ecuación se encuentra que la tasa interna de retorno para el proyecto de repotenciación de los conductores de la red secundaria es de 31.56 %.

De los resultados obtenidos se puede verificar que la repotenciación permite una disminución de las pérdidas del sistema, generando unos ahorros del costo total de operación, lo que haría un proyecto de cambio de conductores atractivo desde el punto de vista económico. Si el sistema tiene problemas de cargabilidad de tensión, la alternativa de repotenciar permite mejorar el sistema con una inversión que en su gran parte se ve compensada por la disminución de las pérdidas de energía.

### 3.3. ESQUEMA COMBINADO DE MOVIMIENTO ÓPTIMO DE TAPS E INYECCIÓN ÓPTIMA DE REACTIVOS

#### 3.3.1. Introducción

Los transformadores de distribución, están diseñados para que la relación de transformación a la cual van a operar sea seleccionada al momento de su instalación y permanezca así durante mucho tiempo. Cualquier cambio posterior implica desenergizar y abrir el transformador para reconfigurarlo. Así, el punto de derivación (tap), en transformadores de distribución, puede ser visto como un terminal de conexión, el cual requiere ser desenergizado para ser desconectado manualmente y reconectado a un nuevo terminal. Este tipo de tap es conocido como un cambiador de tap de circuito desconectado (off-circuit tap) que afecta el devanado primario y sirve para ajustar los niveles de tensión alrededor de los valores nominales. Aunque el tap es ajustado al momento de la instalación, éste puede ser cambiado tiempo después debido a un planeamiento a largo plazo que busque adaptar el sistema a nuevos y mejores perfiles de tensión que han sido degradados por el crecimiento de la carga y variaciones en el sistema.

El principal objetivo del movimiento de taps en los transformadores de distribución es el mejoramiento del perfil de tensión. El control de la tensión ha sido identificado como una de las más importantes estrategias para la operación eficiente y confiable de la red de distribución. El mejoramiento del perfil de tensión generalmente trae como efecto secundario una disminución en las pérdidas de energía [3.14].

Cuando el objetivo es reducir las pérdidas técnicas usando el movimiento óptimo de taps, varias estrategias pueden ser aplicadas:

- Considerar el movimiento de taps en los transformadores de distribución de forma aislada (sin considerar otras estrategias). Esta forma de reducción de pérdidas requiere de un modelamiento trifásico de la red y de la utilización de un modelo ZIP debido a que el movimiento de taps es sensible a los diferentes tipos de carga. En [3.15] se presentan las siguientes conclusiones:
  - i) En las cargas modeladas como corriente constante, el valor de las pérdidas permanece constante a pesar de los cambios en el nivel de tensión. Se concluye que en las cargas de tipo corriente constante se puede variar el voltaje (a través del tap) de manera que se cumpla con las restricciones de voltaje y en ningún caso tales movimientos afectarán las pérdidas.
  - ii) En las cargas modeladas como impedancia constante, las pérdidas mínimas en ramales secundarios se presentan cuando el valor del voltaje se ubica en su valor mínimo, es decir, cuando el Tap está en su máximo.
  - iii) Para las cargas modeladas como potencia constante, las pérdidas mínimas se presentan cuando el valor de voltaje se ubica en su valor máximo.

Por lo anterior, un proceso de optimización, en el cual sólo se considere el movimiento de taps, se justifica cuando se tiene en cuenta un modelo combinado de cargas.

- Considerar esquemas de control mixtos. El control de la potencia reactiva y el control de la tensión es uno de los esquemas mixtos más importantes en los sistemas de distribución. El control óptimo de la potencia reactiva se realiza inyectando reactivos y el control óptimo de la tensión se hace moviendo los taps en los transformadores de distribución, teniendo como objetivo, por ejemplo, reducir pérdidas técnicas al mínimo costo. Se puede considerar un equivalente monofásico del sistema debido a que el movimiento de taps, en este caso, tiene un mayor impacto sobre el perfil de tensión, lo que evita el modelamiento trifásico del transformador.

- Esquemas más sofisticados generalmente incluyen el esquema anterior e incorporan aspectos tales como: penetración de armónicos, movimiento de taps en reguladores y ubicación de éstos en el sistema, entre otros.

En la operación de los sistemas de distribución, el movimiento frecuente del tap de los transformadores de distribución puede ocasionar daños en este tipo de dispositivo. Adicionalmente, cada movimiento tiene un costo asociado que incluye, entre otros, costos técnicos, interrupción del servicio y recurso humano. Por lo tanto, se hace necesario tener en cuenta la minimización del número de taps que serán movidos en el sistema.

En esta sección, se presenta como estrategia de reducción de pérdidas técnicas, un esquema mixto que utiliza como variables de control el movimiento de taps en los transformadores de distribución y la inyección de reactivos en algunos nodos del sistema que están habilitados para ello. Adicionalmente a las pérdidas técnicas, se busca disminuir el número de transformadores afectados por el movimiento del tap y mantener un perfil de tensión adecuado (dentro de los límites de magnitud de tensión).

Varias estrategias pueden ser utilizadas para resolver este tipo de problema. Por ejemplo, es posible usar una estrategia de dos etapas donde primero se ajusta la inyección de reactivos para minimizar pérdidas y posteriormente se ajusta el tap del transformador para satisfacer los límites de tensión. La desventaja de este tipo de estrategias es que la posición del tap está siendo irrelevante desde el punto de vista de la reducción de pérdidas. Otra estrategia consiste en realizar el control de tensión con ayuda de un programa de flujo de carga convencional y técnicas combinatoriales que permiten el manejo de las variables enteras.

### 3.3.2. Modelo matemático

Por tener una función objetivo y unas restricciones no-lineales, el problema se define como uno de minimización no lineal (PNL). Adicionalmente, por tener variables enteras (posición del tap y tamaños discretos de inyección reactiva) y continuas (magnitud y ángulo de las tensiones nodales) el problema se define como uno de PNL entero-mixto.

El alcance de este estudio considera que las variables de control son variables continuas. Además todos los análisis son realizados para un punto de la curva de carga. El problema mixto de movimiento de taps e inyección de reactivos es abordado como un problema de flujo de potencia óptimo (FPO) donde las variables de control y la variables de estado son afectadas simultáneamente buscando el punto óptimo de operación.

$$\begin{aligned}
 \min_{v, \theta, T, y_1, y_2} \quad & \sum_{k \in sh} C_{1k} y_{1k} + C_{2k} y_{2k} + C_T \sum_{t \in trafos} |T_t - T_{A_t}| + C_{pp} \times P_{pp} \quad V, \theta, T \\
 \text{s.a.} \quad & P_{Li} - P_{Gi} + P_i \quad V, \theta, T = 0 \quad i \in pqv \\
 & Q_{Lj} - Q_{Gj} + Q_j \quad V, \theta, T - y_{1k} + y_{2k} = 0 \quad j \in pq \\
 & Q_{Gi}^{\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} \quad i \in pv \cup slack \\
 & V_m^{\min} \leq V_m \leq V_m^{\max} \quad m = 1, 2, \dots, nb \\
 & T_t^{\min} \leq T_t \leq T_t^{\max} \quad t \in trafos \\
 & 0 \leq y_{1k} \leq y_{1k}^{\max} \\
 & 0 \leq y_{2k} \leq y_{2k}^{\max}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Donde,

- sh : vector de índices de las barras habilitadas para inyección de reactivos de tamaño nsh.
- pq : índices de barras PQ de tamaño npq.
- pv : índices de barras PV de tamaño npv.
- ppv : índices barras ppv={pq U pv} de tamaño npqv.

- nb : número total de barras del sistema.
- $C_{1k}$  : costo de la inyección de potencia capacitiva en la barra k.
- $C_{2k}$  : costo de la inyección de potencia inductiva en la barra k.
- $y_{1k}$  : cantidad de potencia reactiva inyectada de tipo capacitiva en la barra k.
- $y_{2k}$  : cantidad de potencia reactiva inyectada de tipo inductiva en la barra k.
- $P_{Gi}$  : generación de potencia activa en la barra i.
- $Q_{Gi}$  : generación de potencia reactiva en la barra i.
- $P_{Li}$  : demanda de potencia activa en la barra i.
- $Q_{Li}$  : demanda de potencia reactiva en la barra i.
- $P_i$  : potencia activa en la barra i.
- $Q_i$  : potencia reactiva en la barra i.
- $V_i$  : magnitud de la tensión en la barra i.
- $\theta_i$  : ángulo de la tensión en la barra i.
- $V_f$  : magnitud de la tensión en la barra ficticia f ε db.
- $\theta_f$  : ángulo de la tensión en la barra ficticia f ε db.
- $P_{Gf}$  : generación ficticia, activa, en las barras ficticias.
- $Q_{Gf}$  : generación ficticia, reactiva, en las barras ficticias.
- $C_{pp}$  : costo de la potencia pico.
- $P_{pp}$  : pérdidas de potencia en el punto de máxima demanda.
- $T_{At}$  : posición actual del tap del transformado t.
- $T_t$  : posición del tap (variable de control).
- $C_T$  : costo de mover el tap.

La función objetivo de (3.13) reduce las pérdidas técnicas del sistema, minimiza los costos de inyección de reactivos y reduce el número de taps modificados en el sistema. En este modelo se considera el costo de mover el tap  $C_T=1$ , es decir que se está considerando el número de taps afectados en el sistema, lo cual, de forma indirecta, reduce el costo de mover los taps.

La ecuación de balance de potencia reactiva nodal del modelo matemático obedece a un balance en una barra j como la mostrada en la Figura 3.13.

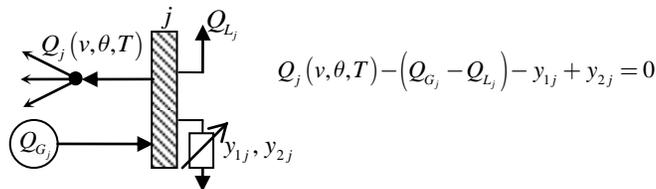


Figura 3.13. Nodo típico con inyección de reactivos de tipo capacitivo e inductivo

Nótese que la inyección de potencia reactiva es manejada en el modelo con dos componentes: inyección reactiva capacitiva ( $y_1$ ) e inyección reactiva inductiva ( $y_2$ ).

### 3.3.3. Efecto sobre el modelamiento del problema

En la Figura 3.14, aparece el modelo simplificado del transformador considerando la variación de taps tanto en el devanado primario como secundario:

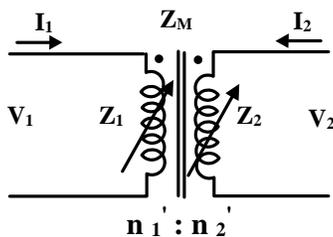


Figura 3.14. Transformador monofásico con variación de espiras en el primario y en el secundario

El número de espiras en función de la posición del tap en el primario ( $\alpha$ ) y secundario ( $\beta$ ) se presentan de la forma  $(n_1)' = \alpha n_1$  y  $(n_2)' = \beta n_2$ .

Las expresiones para los voltajes primario y secundario son:

$$V_1' = Z_1 I_1' + Z_M I_2' \quad V_2' = Z_M I_1' + Z_2 I_2' \quad (3.14)$$

Si se realiza un cortocircuito en el secundario  $V_2' = 0$ , resulta  $V_1' = I_1' ([Z_1 Z_2' - (Z_M')^2] / Z_2')$ . La impedancia de cortocircuito del transformador en esta condición ( $V_1' / I_1'$ ), es:  $Z_t' = [Z_1 Z_2' - (Z_M')^2] / Z_2'$ .

Mediante algunas manipulaciones algebraicas de las ecuaciones anteriores, la nueva matriz admitancia primitiva en pu es:

$$Y_{p \text{ pu nueva}} = \begin{bmatrix} Y_{t \text{ pu nominal}} / \alpha^2 & -Y_{t \text{ pu nominal}} / (\alpha \beta) \\ -Y_{t \text{ pu nominal}} / (\alpha \beta) & Y_{t \text{ pu nominal}} / \beta^2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

En este caso sólo se considera la posibilidad de cambiar el número de espiras en el devanado primario por ser una situación acorde a la realidad, es decir,  $\beta=1$ . Haciendo  $\alpha=T$ , por coherencia con el modelo (3.13), la matriz primitiva en pu será:

$$Y_{p \text{ pu nueva}} = \begin{bmatrix} Y_{t \text{ pu nominal}} / T^2 & -Y_{t \text{ pu nominal}} / T \\ -Y_{t \text{ pu nominal}} / T & Y_{t \text{ pu nominal}} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Las unidades de la ecuación anterior están en pu y  $Y_t$  nominal es la admitancia de cortocircuito nominal referida al primario [16]. Como en el modelo (3.13) la posición del tap T es una variable de control, las ecuaciones de inyección de potencia nodal deberán ser función de T, teniendo en cuenta la expresión (3.16). La inyección de potencia nodal, activa y reactiva, en forma polar, puede ser definida como:

$$P_k(V, \theta, T) - jQ_k(V, \theta, T) = v_k e^{-j\theta_k} \sum_{m=1}^N (G_{km}(T) + jB_{km}(T)) V_m e^{j\theta_m} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (3.17)$$

Donde  $V_k$  y  $\theta_k$  son la magnitud y el ángulo de la tensión, respectivamente.  $G_{km}(T) + jB_{km}(T)$  es el elemento de la matriz admitancia nodal localizado entre los nodo k y m. Nótese que este elemento de la matriz admitancia está en función de la posición del tap, debido a que se está teniendo en cuenta la incidencia de éste sobre la admitancia serie de cada transformador.

### 3.3.4. Técnica de solución

La solución del modelo matemático (3.13) fue abordada utilizando un software comercial para la resolución de problemas de programación no-lineal (solver CONOPT a través de la interfase GAMS [3.16]). Se asumieron todas las variables continuas, un modelamiento monofásico de la red y una optimización para un punto de la curva de carga. El movimiento de taps permitido es de  $\pm 5\%$ .

### 3.3.5. Caso de Prueba

El sistema utilizado corresponde a una modificación del sistema IEEE de 33 nodos – modificado (Anexo 3). Para demostrar el efecto de esta estrategia sobre la reducción de pérdidas técnicas y mejoramiento del perfil de tensión, se optó por un sistema con un perfil de tensión deficiente (fuera de los límites de regulación,  $0.95 \text{ pu} \leq V \leq 1.05 \text{ pu}$ ). La máxima inyección de potencia reactiva de la subestación a la red fue limitada a 20 pu. Debido a que la demanda de potencia reactiva total del sistema suma 23 pu, entonces el sistema requiere de inyección adicional de reactivos.

#### 3.3.5.1. Caso 1: Caso base sin considerar inyección de reactivos o movimiento de taps

Sin inyección de reactivos, sin considerar movimiento de taps (tap en la posición nominal,  $T=1$ ) y sin considerar límites en la tensión ni límites en la generación de potencia reactiva, las pérdidas del sistema son:

Tabla 3.13. Pérdidas para el caso base (antes de aplicar la estrategia)

Pérdidas	Activas [pu]	Reactivas [pu]
Totales	1.987	1.33133

En la Figura 3.15 se puede apreciar el voltaje nodal (en pu) vs número del nodo.

#### 3.3.5.2. Caso 2: Inyección de reactivos y movimiento de taps (sin considerar pérdidas en la función objetivo)

Para este caso se utilizó una estrategia mixta (reactivos-taps), utilizando un modelo que no considera la minimización de pérdidas. Es decir, sólo se considera el cumplimiento de límites operacionales (límites de tensión, generación y taps). Así, la función objetivo utilizada es:

$$\min_{V, \theta, T, Y_1, Y_2} \sum_{k \in \text{sh}} C_{1k} Y_{1k} + C_{2k} Y_{2k} + \sum_{t \in \text{trafos}} |T_t - T_{A_t}| \quad (3.18)$$

El resto del modelo se mantiene igual al mostrado en (3.13). Este caso corresponde, básicamente, a un mejoramiento del perfil de tensión a costo mínimo (mínima inyección de reactivos y mínimo número de taps afectados).

Tabla 3.14. Pérdidas para el caso mixto (sin incluir pérdidas en la función objetivo)

Pérdidas	Activas [pu]	Reactivas [pu]	Movimiento de taps $T_{i,j}$	Inyección de reactivos en el nodo $n_{sh}$ [pu]	Reducción de pérdidas activas
Totales	1.729	1.16082	$T_{6-7}=0.9705$ $T_{6-26}=0.9723$	$Y_{1-13}=1.1608$ , $Y_{1-20}=1.5$ , $Y_{1-24}=0.5, Y_{1-30}=1$	13%

El valor de la función objetivo es \$UM 20.486 (UM=Unidades Monetarias). La reducción de pérdidas activas con respecto al caso base es 13%. Adicionalmente, las pérdidas reactivas se reducen en 12.8%. En la siguiente figura se aprecia que el perfil de tensión también mejora respecto al obtenido para el caso base, pues ya no existen violaciones en las restricciones de tensión.

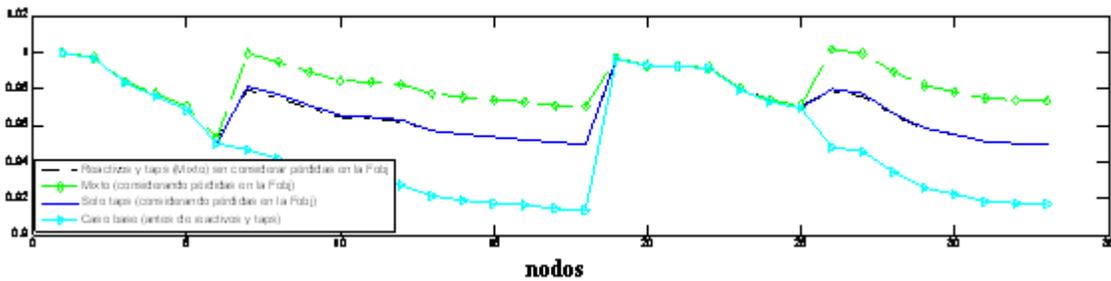


Figura 3.15. Perfiles de tensión para los diferentes casos considerando movimiento de taps

3.3.5.3. Caso 3: Movimiento de taps únicamente, considerando pérdidas en la función objetivo

Debido a que el sistema tiene déficit de reactivos, si se considera únicamente el movimiento de taps, entonces se genera una solución infactible. Para este caso, es necesario ampliar el límite máximo de generación de potencia reactiva en la subestación a 25 pu para suplir este déficit. El movimiento de taps se realiza de forma económica, buscando reducir el número de transformadores de distribución afectados. Los resultados obtenidos son:

Tabla 3.15. Pérdidas para el caso mixto (incluyendo pérdidas en la función objetivo)

Pérdidas	Activas [pu]	Reactivas [pu]	Movimiento de taps $T_{i-j}$	Reducción de pérdidas activas
Totales	1.982	1.32726	$T_{6-7}=0.9938$ $T_{6-26}=0.9972$	0.25%

El resultado en pérdidas es de menor calidad que las otras opciones, sin embargo el perfil de tensión es similar al obtenido para el caso mixto sin considerar pérdidas. Esto quiere decir que el mayor impacto del movimiento de taps está en el ángulo de la tensión. Esto se demuestra en la Figura 3.16, en donde se compara el perfil de ángulos obtenido para el caso mixto sin considerar pérdidas y el caso de sólo taps considerando pérdidas.

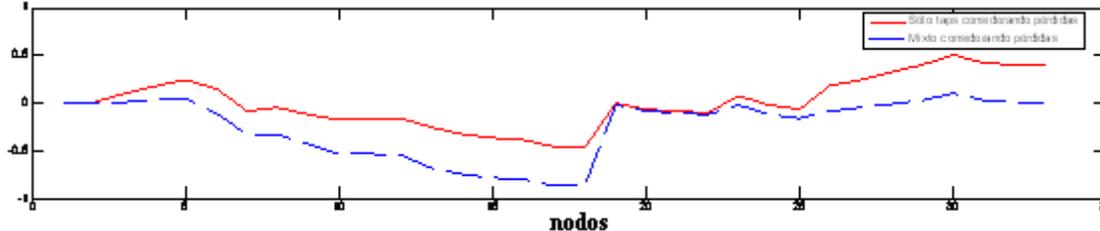


Figura 3.16. Perfiles de ángulos

Las pérdidas reactivas con respecto al caso base disminuyen en 0.3057%. Se puede concluir entonces que el movimiento de taps como estrategia aislada impacta directamente sobre el mejoramiento del perfil de tensión. El impacto sobre la reducción de pérdidas, tanto activas como reactivas, es muy pequeño.

3.3.5.4. Caso 4: Mixto considerando pérdidas en la función objetivo

Este caso considera la solución del modelo completo mostrado en (3.13). Los resultados obtenidos son:

Tabla 3.16. Pérdidas para el caso mixto (incluyendo pérdidas en la función objetivo)

Pérdidas	Activas [pu]	Reactivas [pu]	Movimiento de taps $T_{i-j}$	Inyección de reactivos en el nodo $n_{sh}$ [pu]	Reducción de pérdidas activas
Totales	1.699	1.13729	$T_{6-7}=0.9513$ $T_{6-26}=0.95$	$Y_{1-13}=1.1373,$ $Y_{1-20}=1.5,$ $Y_{1-24}=0.5, Y_{1-30}=1$	14.5%

El valor de la función objetivo de esta alternativa es UM \$20.2980, lo cual muestra que es un costo menor al obtenido por la alternativa mixta sin considerar pérdidas. Esto es porque se requiere menos inyección de reactivos en el nodo 13. Los taps afectados son los mismos afectados en el caso mixto sin pérdidas, pero con una posición diferente. En la Figura 3.16 se aprecia que el perfil de tensión para esta alternativa es de mejor calidad que el de los otros casos.

Esta alternativa mixta, considerando límites operacionales, mínimo número de taps afectados, reducción de pérdidas activas y mínimo costo de reactivos inyectados, produce una reducción de pérdidas activas mayor y un perfil de tensión de mejor calidad que todos los otros casos.

## 3.4. BIBLIOGRAFÍA

- [3.1]. Ruiz, Alejandro, Galvis M., Juan C. , Gallego Rendón, Ramón Alfonso., “Solución al problema de balance de fases y reconfiguración de alimentadores primarios bajo un modelamiento trifásico usando simulated annealing”, *Scientia et Technica* Año XII, No 30, Mayo de 2006 UTP.
- [3.2]. Juan Carlos Galvis Manso, Mauricio Granada Echeverri, Ramón Alfonso Gallego Rendón. “Reducción del desbalance en sistemas de distribución aplicando búsqueda tabú”, Simposio Internacional sobre la Calidad de la Energía Eléctrica – SICEL 2005
- [3.3]. <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>
- [3.4]. M. Ponnavaikko and K. S. Prakasa Rao, “An approach to optimal distribution system planning through conductor gradation,” *IEEE Trans. PAS*, vol. 101, en el. 6, pp. 1735–1742, June 1982.
- [3.5]. Zhuding Wang; Haijun Liu; Yu, D.C.; Xiaohui Wang; Hongquan Song, "A practical approach to the conductor size selection in planning radial distribution systems," *Power Delivery, IEEE Transactions on* , vol.15, en el.1, pp.350-354, Jan 2000.
- [3.6]. Hua Zhao; Zhuding Wang; Yu, D.C.; Luwei Zhou; Xiaohui Chen, "Integrated methodology of reactive planning and conductor sizing in radial distribution," *Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE* , vol., en el., pp. 280-285 Vol. 1, 12-16 June 2005.
- [3.7]. Vahid, M.; Manouchehr, N.; Hossein, S.D.; Jamaledin, La., "Combination of optimal conductor selection and capacitor placement in radial distribution systems for maximum loss reduction," *Industrial Technology, 2009. ICIT 2009. IEEE International Conference on* , vol., en el., pp.1-5, 10-13 Feb. 2009.
- [3.8]. Tram, H.N.; Wall, D.L., "Optimal conductor selection in planning radial distribution systems ," *Power Systems, IEEE Transactions on* , vol.3, en el.1, pp.200-206, Feb 1988.
- [3.9]. Ranjan, R.; Chaturvedi, La.; Solanki, P.S.; De las, D., "Optimal conductor selection of radial distribution feeders using evolutionary programming," *TENCON 2003. Conference on Convergent Technologies for Asia-Pacific Region* , vol.1, en el., pp. 456-459 Vol.1, 15-17 Oct. 2003.
- [3.10]. Mendoza, F.; Requena, D.; Bernal-Agustin, J.L.; Dominguez-Navarro, J.La., "Optimal Conductor Size Selection in Radial Power Distribution Systems Using Evolutionary Strategies," *Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2006. TDC '06. IEEE/PES* , vol., en el., pp.1-5, 15-18 Aug. 2006.
- [3.11]. D. Kaur, J. Sharma, “Optimal conductor sizing in radial distribution system planning”, *Int J Elect Power Energy Syst* 30 (4) (2008), pp. 261–271.
- [3.12]. Mandal, S.; Pahwa, La., "Optimal selection of conductores for distribution feeders," *Power Systems, IEEE Transactions on* , vol.17, en el.1, pp.192-197, Feb 2002.
- [3.13]. LailaA. Talat. “Optimal Operation for Reliability Assessment of a Radial Distribution Systems”,. The eleventh international middle east power systems conference, 2006.
- [3.14]. Alexander Molina Cabrera, Dario Eliecer Rodas, Diego Gonzalez Ocampo, "Operación de taps en transformadores de distribución para reducción de pérdidas". *Scientia Et Technica* . v.30 fasc.1 p.111 - 116 ,2006
- [3.15]. Rodas Rendón, Darío E.; Restrepo, Yov Steven; Molina Cabrera, Alexander. “Transformador monofásico de distribución y de potencia, modelamiento con taps”., *Scientia Et Technica*, Vol. XI, Núm. 29, 2005, pp. 13-18.
- [3.16]. [www.gams.com](http://www.gams.com)
- [3.17]. C.J. Bredenbaugh, D.A. DiMascio, R. D'Aquila. “Voltage control improvement through capacitor and transformer tap optimization”. *Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 1, February 1992.
- [3.18]. Wang Li-yong, Zhang Bao-hui, Ren Jin-feng, Zhou De-cai, Yao Feng, Zhang Wen-hao, Xie Huan, Yu Guang-liang. “ A Solution to Lower Tap Changing or Capacitors Regulator Times in Reactive Power Control in Distribution Systems. 2005 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific Dalian, China.
- [3.19]. Agus Ulinuha, Mohammad A. S. Masoum, Syed M. Islam. “Optimal Scheduling of LTC and Shunt Capacitors in Large Distorted Distribution Systems Using Evolutionary-Based Algorithms” *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 23, No. 1, January 2008.

#### 4. ESTRATEGIAS PROPUESTAS EN EL NIVEL DE TENSION II

##### 4.1. BALANCE DE FASES

La estrategia de balance de fases aplicada en el nivel de tensión II utiliza el mismo modelo utilizado en el nivel de tensión I el cual se describe detalladamente en la sección 3.1. En esta sección se presenta la aplicación del método a una red primaria de distribución.

La medida correctiva es implementada en los bornes de baja tensión del transformador como se observa en la siguiente figura:

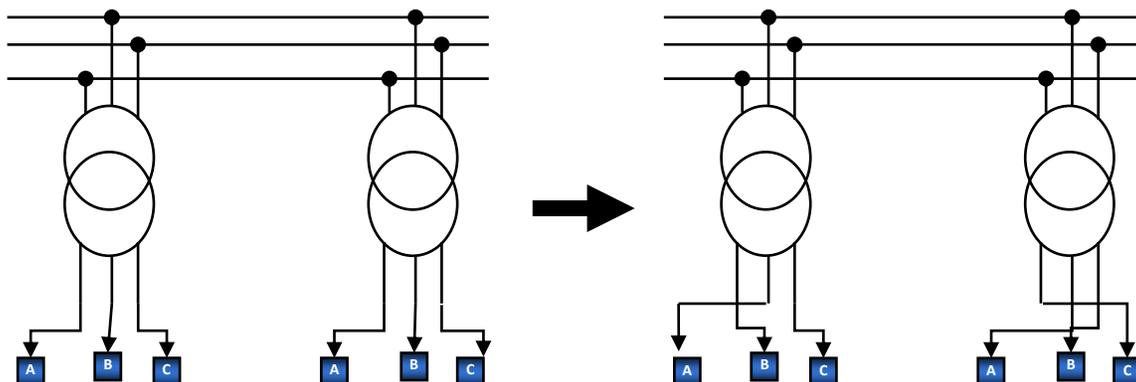


Figura 4.1. Cambios realizados en el sistema para balance de fases

##### 4.1.1. Caso de prueba

La información correspondiente al sistema IEEE de 37 nodos [4.1] puede ser consultada en el Anexo A3.1. El alto grado de desbalance de las cargas permite aplicar el algoritmo de balance de fases propuesto. Se asume que todas las cargas del sistema pueden ser balanceadas. Es preciso aclarar que para la implementación del algoritmo se reenumeraron todos los nodos del sistema (ver Anexo 3).

##### 4.1.1.1. Considerando un punto de la curva de carga

El sistema base es calculado para un punto de operación en la curva de carga (demanda máxima). Los resultados son los siguientes:

Tabla 4.1. Resultados del balance de fases red primaria

Parámetro	Sistema Base	Sistema Modificado	% de reducción
Pérdidas de Potencia Activa (kW)	62.5055	56.536	9.55
Pérdidas de Potencia Reactiva (kVAr)	48.6458	45.373	6.73

La reducción en pérdidas técnicas es de 9.55 % que equivalen a 5.9695 kW. Estos resultados fueron obtenidos usando el AGCB con una población de 10 alternativas. Por lo tanto, al final del proceso se tienen 10 diferentes planes de balance de fases (ver Tabla 4.2) que generan reducción de pérdidas con diferentes costos de inversión. Este abanico de posibilidades es mucho más atractivo que una respuesta única. Los planes 1 y 2 son los que producen mayores reducciones respecto al caso base (9.55%), mientras que el último (plan 10) es el que menor reducción produce (8.94%). Sin embargo, todos los planes son atractivos y el factor diferenciador sería el costo de inversión de cada uno.

Tabla 4.2. Diferentes planes de balance para un punto de la curva de carga

Nodo	Plan 1	Plan 2	Plan 3	Plan 4	Plan 5	Plan 6	Plan 7	Plan 8	Plan 9	Plan 10
3	BCA									
27	CAB									
29	CBA	CBA	CBA	CBA	CBA	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB
31	CAB									
32	BAC									
33	ACB									
37	BCA									
38	CAB									
35	CAB	BAC	BAC	CBA						
6	CAB	CBA								
8	CBA									
9	CAB	CAB	CAB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	CAB
10	CBA									
24	ACB									
13	CBA	CBA	BAC	CBA	CBA	CBA	BAC	BAC	CBA	BAC
14	BAC									
15	BAC									
17	CAB									
18	ACB									
19	CAB									
20	--	ACB	--	ACB	--	--	--	--	--	--
22	BAC									
23	BCA									
28	CBA									
7	BCA									
Pérdidas kW	56,536	56,536	56,585	56,663	56,663	56,743	56,815	56,872	56,886	56,918
Reducción %	9,55	9,55	9,47	9,35	9,35	9,22	9,10	9,01	8,99	8,94

4.1.1.2. Considerando la curva de carga completa

En este caso se mostrarán los resultados para un horizonte de planeamiento utilizando una curva de duración de carga, la cual es discretizada en tres niveles de carga (alto, medio y bajo) y cubre un horizonte de un año (Tabla 4.3). El sistema utilizado es el IEEE de 37 nodos con las mismas condiciones del caso empleado en el numeral 4.1.1.1. Para el caso base las pérdidas de energía para un año son 155.258 kW-h/año.

Tabla 4.3. Curva de duración de carga

Duración [h]	1000	3000	4760
Valor de carga [%]	100	60	30

En la Tabla 4.4 se muestran 10 planes de balance para un horizonte de planeamiento de 1 año obtenidos usando AGCB. La mejor alternativa encontrada corresponde al plan 1 que, en este caso, es el mismo plan obtenido para el caso en que se considera sólo un punto de la curva de carga.

Tabla 4.4. Diferentes planes de balance para un horizonte de planeamiento de 1 año

Nodo	Plan 1	Plan 2	Plan 3	Plan 4	Plan 5	Plan 6	Plan 7	Plan 8	Plan 9	Plan 10
3	BCA	CBA								
27	CAB	BCA								
29	CBA	ACB								
31	CAB	CBA								
32	BAC	ACB								
33	ACB	--	--	--	--	--	--	--	--	--
37	BCA	CBA								
38	CAB	BAC								
35	CAB	BAC	BAC	BAC	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB
6	CAB									
8	CBA	ACB								
9	CAB	--	BAC	BAC	BAC	BAC	CBA	BAC	--	BAC
10	CBA	BCA	BCA	BCA	BCA	CBA	BCA	CBA	CBA	CBA
24	ACB	ACB	ACB	ACB	ACB	BCA	ACB	BCA	BCA	BCA
13	CBA	CAB	CAB	CAB	CAB	--	CAB	CAB	CAB	CAB
14	BAC	--	--	--	--	--	--	--	--	--
15	BAC	CAB	CAB	CBA	CAB	ACB	CBA	ACB	ACB	ACB
17	CAB	ACB								
18	ACB	BCA								
19	CAB									
20	--	CBA								
22	BAC									
23	BCA	CBA	--							
28	CBA	BAC								
7	BCA	CAB								
Pérdidas kW-h/año	140740	141540	141650	141650	141760	141810	141890	142110	142430	142920
Reducción %	9,35	8,84	8,76	8,76	8,69	8,66	8,61	8,47	8,26	7,95

La Figura 4.3 muestra el perfil de tensión del sistema IEEE37 antes de aplicar balance de fases (caso base). La Figura 4.4 muestra el perfil de tensión después de aplicar el mejor plan de balance encontrado por el AGCB.

Nótese que antes del balance, las diferencias en la magnitud de la tensión nodal para cada fase son apreciables a lo largo de todo el sistema, sobre todo entre los nodos 17 y 23 y entre las fases A y B. La fase B presenta variaciones menores en las caídas de tensión (fase menos cargada), mientras que la fase C llega hasta voltajes de 0.95 pu, alcanzando su límite mínimo en el nodo 23 (fase más cargada).

Después de aplicar la estrategia de balance las tensiones nodales por fase son similares, apreciándose la mayor diferencia en los nodos terminales, donde el impacto sobre las pérdidas globales, en este caso, es menor. Además, se nota que la fase menos cargada en el caso base (fase B) tiene ahora mayores caídas de tensión, lo cual indica que algunas cargas han sido reconectadas a esta fase. Por otro lado la fase C alcanza una magnitud mínima de tensión en el nodo 23 con un valor de 0.96 pu. Esto indica que esta fase ha sido liberada de cargas y su perfil de tensión mejoró. Las restricciones de tensión por regulación también han sido cumplidas, en este caso se asumió que  $0.95 \leq V_n \leq 1.05$ .

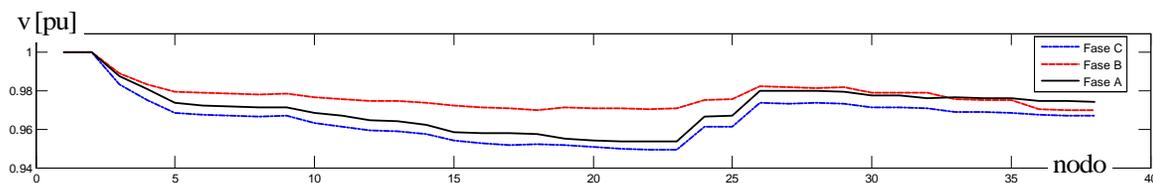


Figura 4.2. Perfil de tensión antes del balance

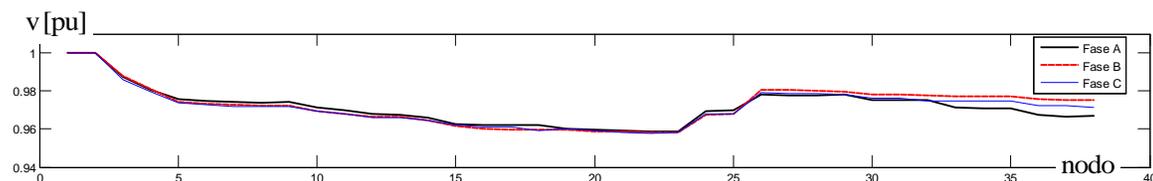


Figura 4.3. Perfil de tensión después del Balance (Plan 1)

El perfil de corrientes de línea antes del balance es mostrado en la Figura 4.4. Se puede notar que las corrientes al comienzo del alimentador (línea entre los nodos 1 y 2 – ver Anexo A3.1), son bastante desequilibradas, siendo la más alta la que circula por la fase A, la cual supera la capacidad máxima de la línea de 600 A. El desequilibrio de las corrientes también se aprecia a lo largo de todo el sistema. Después de aplicar el balance de fases (ver Figura 4.5), las magnitudes de las corrientes al comienzo del alimentador son similares y adicionalmente todas están dentro de los límites de capacidad de la línea. El balance de corrientes se puede apreciar a lo largo de todo el alimentador.

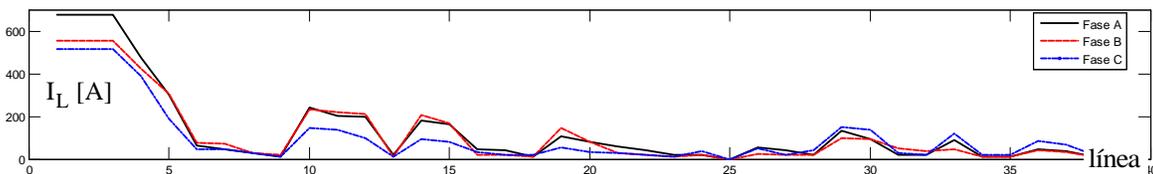


Figura 4.4. Perfil de corrientes de línea antes del balance

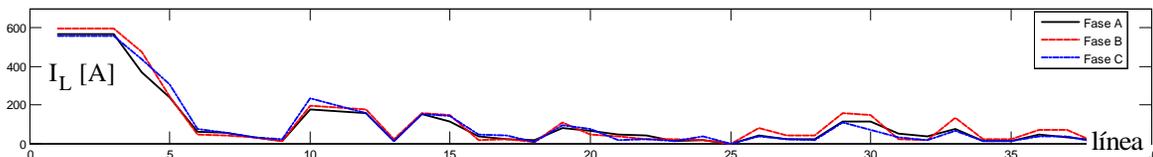


Figura 4.5. Perfil de corrientes de línea después del balance (Plan 1)

## 4.2. RECONFIGURACIÓN

### 4.2.1. Introducción

El problema de la reconfiguración de alimentadores consiste en encontrar una configuración radial óptima para la operación del sistema, definiendo un objetivo (pérdidas, cargabilidad de las líneas, confiabilidad, etc.), con determinadas líneas en operación y otras para respaldo de la operación (suplencias), a partir de la apertura o cierre de interruptores en las líneas. En otras palabras, la reconfiguración busca la mejor topología del sistema, según sus líneas, respecto a alguno de los objetivos planteados (o una combinación de varios).

En el problema de reconfiguración se supone que las líneas del sistema pertenecen a uno de dos tipos: activas o de suplencia. El primero corresponde a las líneas que hacen parte de la operación radial del sistema, encontrándose en funcionamiento (con estado activo). Las líneas de suplencia o de reserva están con estado inactivo, no tomando parte de la operación radial del sistema; sin embargo, estas líneas pueden ser activadas con el cierre de interruptores, modificando la configuración topológica del sistema y la distribución del flujo de potencia.

En el caso de una falla, es posible aislar la sección que tiene problemas y con la ayuda de las líneas de reserva alimentar por un camino alternativo las cargas que fueron afectadas, siendo conocido este problema como el de restauración.

Así, la reconfiguración de redes de distribución define cuales líneas del sistema deben estar activas y cuales inactivas para que el sistema funcione de forma óptima. Entre los beneficios obtenidos con la optimización del sistema de distribución usando la reconfiguración de alimentadores se encuentran:

- Disminución de las pérdidas de potencia.
- Alivio de problemas de cargabilidad de las líneas.
- Mejoramiento del perfil de tensión.

En la figura 4.6 se muestra un sistema pequeño que es usado como ejemplo de la aplicación de la reconfiguración. Suponiendo que la resistencia de las líneas del sistema es de  $1\Omega$ , las pérdidas de potencia de las dos configuraciones mostradas son:

$$\begin{aligned}
 PL_A &= 1^2 + 5^2 + 2^2 + 8^2 \quad W = 94 \text{ W} \\
 PL_B &= 1^2 + 7^2 + 2^2 + 6^2 \quad W = 90 \text{ W}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

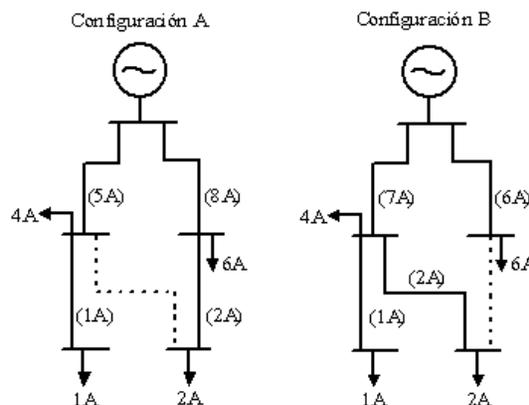


Figura 4.6. Ejemplo básico de reconfiguración

---

Suponiendo que la configuración A es el estado inicial del sistema, se encontró que la configuración B, generada a partir del intercambio de dos líneas, tiene menores pérdidas de potencia. Este ejemplo ilustra que con la modificación de los estados de las líneas (activa o inactiva) y manteniendo la topología radial, se puede mejorar la operación del sistema.

Los trabajos publicados sobre el tema pueden ser clasificados de la siguiente forma de acuerdo al método de solución:

- Comenzando con la red enmallada, se usa un índice de sensibilidad para abrir interruptores y desactivar líneas paso a paso hasta alcanzar una configuración radial.
- Comenzando con una red radial, se intercambian líneas activas con líneas de reserva de tal forma que el sistema continúe radial, hasta encontrar un óptimo local (algoritmo Branch Exchange).
- Técnicas metaheurísticas especializadas.
- Algoritmos híbridos que usan combinaciones de los tipos anteriores.

Un número considerable de trabajos han abordado el problema de la reconfiguración. Merlin y Back [4.2] formularon un modelo matemático del problema de la reconfiguración y lo resolvieron usando Branch & Bound [4.3], empleando un mecanismo para encontrar una configuración radial comenzando con una configuración en malla, eliminando la línea con menor flujo de potencia en cada paso.

Shirmohammadi [4.4] usó un flujo de carga óptimo en redes enmalladas para conocer en cada paso la línea con menor flujo que debería quedar inactiva, repitiendo el procedimiento hasta obtener una configuración radial.

Gomes y Carneiro en [4.5] presentaron un método heurístico para el problema de reconfiguración que comenzaba con una red enmallada y probaba las posibles configuraciones generadas abriendo el interruptor que conducía a las menores pérdidas calculadas con un flujo de carga entre los posibles interruptores, hasta llegar a una configuración radial.

En [4.6], emplean un flujo de carga óptimo que representa el estado de las líneas de forma continua y permite tener una lista reducida de candidatos que disminuye el número de flujos de carga necesarios respecto al algoritmo anterior en [4.5]. En los dos trabajos una segunda fase de branch exchange es hecha con las líneas identificadas en la primera fase y con los vecinos más próximos de cada línea.

Raju y Bijwe [4.7] propusieron un método que empleaba índices de sensibilidad y heurísticas en dos fases. La primera fase comenzaba con todos los interruptores cerrados (red enmallada) y determinaba la línea para salir según el mejor índice de disminución de pérdidas respecto a la impedancia hasta conseguir una red radial. En la segunda fase efectuaba un cambio de las líneas que salieron en la primera fase con otra línea de la vecindad de la configuración, identificada en la primera fase.

Cinvalar [4.8] propuso una fórmula para determinar la variación de las pérdidas después de una transferencia de carga de un alimentador para otro, escogiendo la alternativa que produce la mayor reducción en las pérdidas, sugiriendo algunos criterios heurísticos para reducir el espacio de búsqueda.

Baran y Wu [4.9] usaron el algoritmo branch exchange empleando una fórmula diferente de la utilizada por Cinvalar, para estimar las pérdidas después una transferencia de carga.

Goswami y Basu [4.10] desarrollaron un método en el que usaban un flujo de carga óptimo en el anillo formado cerrando solamente un interruptor para determinar cual debería ser abierto para volver a una configuración radial, repitiendo el procedimiento hasta llegar a una configuración de pérdidas mínimas.

Zhang et al [4.11] emplearon un algoritmo Búsqueda Tabú especializado con un operador de mutación y que utiliza expresiones similares a la fórmula de Baran y Wu para reducir el espacio de búsqueda.

Jeon y Kim [4.12] presentaron la aplicación del Simulated Annealing especializado para el problema de reconfiguración donde la función de costo incluía condiciones de operación del sistema y el mecanismo de perturbación fue mejorado a partir del conocimiento de la topología del sistema.

En [4.13] Romero et al usaron un algoritmo genético eficiente donde la codificación y el operador de cruzamiento favorecían la generación de configuraciones factibles.

Debido a la enorme cantidad de combinaciones posibles para construir los dos conjuntos de líneas, el problema de reconfiguración se clasifica como un problema de optimización combinatorial, siendo necesario el uso de técnicas de optimización especiales que puedan resolverlo eficientemente. En este trabajo es usado el algoritmo genético de Chu-Beasley junto con métodos heurísticos para resolver el problema.

Es preciso aclarar que esta metodología puede ser aplicable tanto para sistemas urbanos como rurales, sabiendo que en los primeros se puede realizar traslado de cargas entre ramales de un mismo alimentador, entre circuitos de una misma subestación y entre circuitos de diferentes subestaciones, y en los segundos, debido a las características de un circuito rural, algunas veces se pueda restringir el traslado de cargas solamente a ramales del mismo alimentador.

#### 4.2.2. Modelo matemático

El objetivo en el problema básico de reconfiguración es encontrar una configuración con pérdidas mínimas, respetando las restricciones de tensión, capacidad de las líneas y la operación radial del sistema.

En el ejemplo de la Figura 4.6 se prestó atención a las pérdidas de potencia del sistema, pero resulta más conveniente tener como objetivo la reducción de las pérdidas de energía. Para el cálculo de las pérdidas de energía es usada una curva de duración de carga discreta, como se muestra en la Figura 4.7.

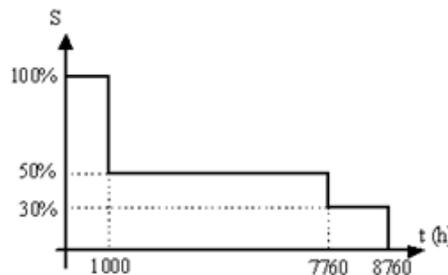


Figura 4.7. Curva de duración de carga típica

Dentro del modelo matemático pueden ser considerados también los costos de construcción de las líneas de suplencia, en el caso en que estas no existan en el sistema.

El problema es formulado como la minimización de los costos totales del sistema. Son incluidas las ecuaciones relacionadas con la potencia activa y reactiva en los nodos (ecuaciones del flujo de potencia), las restricciones de capacidad de corriente de las líneas, los límites de tensión y la restricción de radialidad.

$$\min f_o = \sum_{j \in B} CF_j + ce \times F_a \times \sum_{t=1}^T [I_j^2 R_j] \tag{4.2}$$

$$\text{s.a. } P_k = f_p \quad \forall, \theta \quad \forall k \in N$$

$$\begin{aligned}
 Q_k &= f_Q \quad \forall k \in N \\
 V_{\min} &\leq V_k \leq V_{\max} \quad \forall k \in N \\
 I_{jt} &\leq I_{\max_j} \quad \forall j \in B \\
 \sum_{j \in B} y_j &= n - 1
 \end{aligned}$$

Donde:

- N : conjunto de nodos del sistema.
- B : conjunto de líneas del sistema.
- CF<sub>j</sub> : costo de construcción de la línea j.
- F<sub>a</sub> : factor de actualización.
- V : vector de tensiones de los nodos.
- θ : vector de ángulos de las tensiones de los nodos.
- y<sub>j</sub> : variable binaria de decisión que identifica si la línea j está activa o no.
- I<sub>jt</sub> : corriente de la línea j en el periodo t de la curva de carga.
- I<sub>max\_j</sub> : capacidad de corriente de la línea j.
- n : número de nodos del sistema.
- T : número de niveles de la curva de carga.
- ce : precio de la energía.
- V<sub>min</sub> : límite mínimo de tensión.
- V<sub>max</sub> : límite máximo de tensión.

La restricción de radialidad implica que el número de líneas activas debe ser igual al número de nodos del sistema menos uno. Esta relación, junto con la primera ley de Kirchhoff y suponiendo que todos los nodos tienen demanda, asegura que todos los nodos sean conectados, sin que existan anillos o mallas en el sistema.

El factor de actualización F<sub>a</sub> permite llevar a valor presente el costo de las pérdidas de energía a lo largo de la vida útil de la línea. Ese factor de actualización es calculado con la ecuación (4.3).

$$F_a = \sum_{k=1}^{\text{años}} \frac{1 + ie^k \quad 1 + g^{2k}}{1 + td^k} \quad (4.3)$$

Donde ie es la tasa de crecimiento del costo de la energía.

#### 4.2.3. Estrategia heurística para la solución del problema de reconfiguración

El problema de reconfiguración ha sido abordado con distintas técnicas de solución, sean de programación entera, programación no lineal, metaheurísticas y algoritmos heurísticos constructivos. Estos últimos se caracterizan por generar soluciones rápidas, aplicando estrategias de busca o local, usando normalmente un índice de sensibilidad o una regla empírica que permite tomar una decisión en cada paso.

Una de las heurísticas más utilizadas en la reconfiguración es el algoritmo branch exchange, que consiste en intercambiar una línea activa con una línea de suplencia de tal forma que se mejore la función objetivo y se mantenga la topología radial. Dentro del algoritmo branch exchange cada posible par de intercambio es denominado un vecino de la configuración actual.

Para el problema de reconfiguración los vecinos generados tienen que presentar la característica radial. Así, para facilitar la generación de configuraciones radiales, las líneas del sistema son divididas en dos tipos:

ramas y enlaces. Las ramas corresponden a las líneas activas en el sistema que generan la configuración radial y los enlaces corresponden a las líneas que no están activas y que si son conectadas van a producir un anillo o malla, perdiéndose la radialidad del sistema.

Si un anillo es formado con la entrada de un enlace es necesario retirar una línea del sistema para regresar a una configuración radial. De esa forma, un vecino consiste en adicionar un enlace y retirar una rama del anillo formado. La configuración del sistema puede ser entonces representada con una lista que contiene los enlaces.

En la figura 4.8 se puede observar como el enlace k forma un anillo, restaurándose la configuración radial con el retiro de la línea t. La rama retirada podría ser cualquier línea que está formando el anillo; dependiendo de la combinación escogida la función objetivo tendrá una cierta variación, ya sea de mejoramiento o de empeoramiento.

#### 4.2.3.1. Estimación de las pérdidas después de una transferencia de carga

La estructura de vecindad definida como el intercambio de líneas (un enlace con una rama del anillo formado) genera configuraciones radiales, pero el número puede ser elevado, implicando un flujo de carga para cada configuración si la función objetivo es evaluada directamente. Una estrategia para evitar el aumento del costo computacional consiste en clasificar las configuraciones usando un índice que mida su calidad, identificando las mejores configuraciones y calculando la función objetivo solamente para ellas. En esta sección se presenta un índice que permite guiar el algoritmo branch exchange para reducir el esfuerzo al evaluar los vecinos formados con los posibles intercambios de líneas.

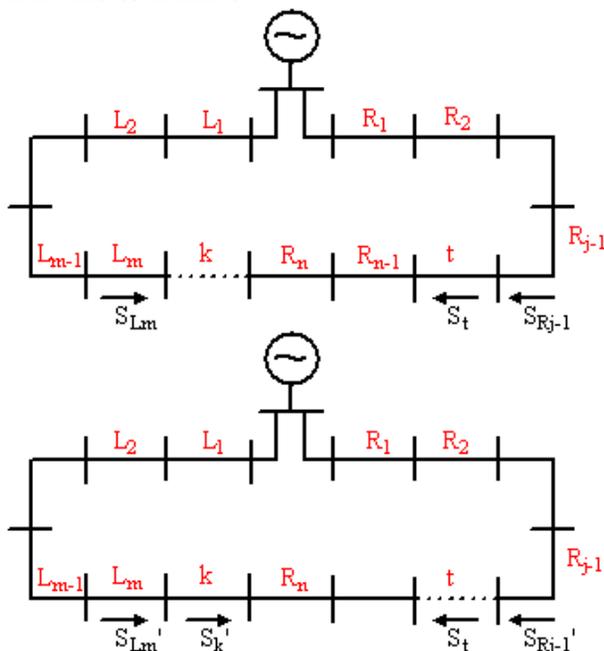


Figura 4.8. Transferencia de carga para un intercambio de líneas

En la figura anterior se muestra la transferencia de carga efectuada al intercambiar el enlace k con la rama t. Las potencias en las líneas del anillo formado con la línea k son alteradas según la potencia de la línea t, pudiendo ser aproximadas así:

$$\begin{aligned}
 S_i' &= S_i + t_i \times S_t \\
 t_i &= \begin{cases} 1 & i \in L \\ -1 & i \in R \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Las pérdidas en el anillo en el estado inicial y en el estado final (suponiendo tensiones iguales la 1pu) son aproximadas según la propuesta de [4.9].

$$\begin{aligned}
 PL &= PL_L + PL_R = \sum_{i \in LUR} r_i P_i^2 + Q_i^2 \\
 PL' &= PL_L' + PL_R' = \sum_{i \in LUR} r_i P_i + t_i \times P_t^2 + Q_i + t_i \times Q_t^2 + r_k P_t^2 + Q_t^2
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

La variación de las pérdidas después del intercambio de las líneas t-k es entonces calculada con la expresión:

$$\Delta PL_{t-k} = PL - PL' = 2P_t \sum_{i \in LUR} r_i t_i P_i + 2Q_t \sum_{i \in LUR} r_i t_i Q_i - r_k + \sum_{i \in LUR} r_i P_t^2 + Q_t^2 \tag{4.6}$$

La expresión (4.6) a pesar de que sea una aproximación de las pérdidas que no tiene en cuenta la variación de las tensiones y el resto del sistema fuera del anillo, consigue proporcionar un indicador de como son afectadas las pérdidas del sistema con una intercambio de las líneas t-k. Ese indicador puede ser usado para establecer una clasificación de los mejores intercambios de líneas con el objetivo de una reducción de las pérdidas.

En el proceso de evaluar todos los posibles intercambios de líneas y dada la línea k que entra en el sistema y forma un anillo, son identificados los conjuntos de líneas L y R pertenecientes a cada lado de ese anillo:

$$\begin{aligned}
 L &: L_m, L_{m-1}, \dots, L_1 \\
 R &: R_n, R_{n-1}, \dots, R_1
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Las líneas para formar el par que configura el intercambio con la línea k son escogidas comenzando por la línea más próxima a esta y continuando con las siguientes líneas en la secuencia, para el lado L del anillo. Esa secuencia de ensayos es hecha hasta que el índice muestre que las pérdidas aumentan con el último intercambio evaluado. Con esta estrategia el número de intercambios analizados es reducido sin dejar de probar los intercambios que disminuyen las pérdidas.

Para ilustrar la aplicación del índice es usado el sistema de 16 nodos de [4.8]. Este sistema presenta pérdidas de 511.4 kW. En la Tabla 4.5 son identificadas las líneas que forman los anillos cuando un enlace entra en el sistema. Las líneas están clasificadas según el lado del anillo y ordenadas de acuerdo a la distancia del enlace.

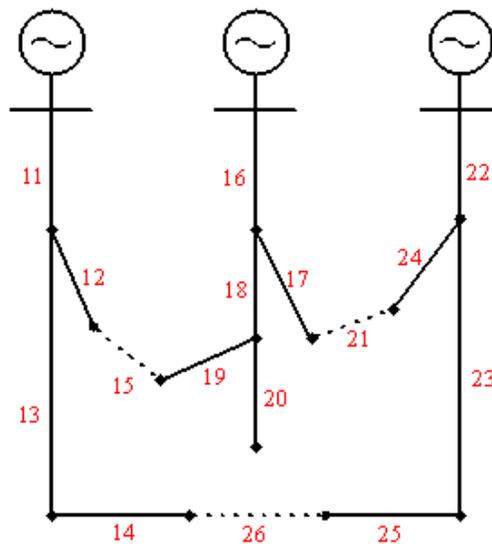


Figura 4.9. Sistema para ilustrar la aplicación del índice

Tabla 4.5. Conjunto de líneas que forman los anillos para el sistema de ejemplo

Línea que entra	Líneas en el anillo	
	Lado L	Lado R
15	12,11	19,18,16
21	17,16	24,22
26	14,13,11	25,23,22

La tabla 4.6 presenta en la primera columna el índice para cada intercambio de líneas, usando el criterio para reducir el número de pares evaluados y en la segunda columna aparecen las pérdidas calculadas con el flujo de carga. Se puede ver que los índices para los intercambios (26,13) y (26,11) no son calculados porque el primer intercambio con el enlace 26 según el orden (26,14) presenta un índice mayor que las pérdidas del sistema (531.5 kW frente a 511.4 kW). Además el mejor intercambio de líneas en términos de las pérdidas es identificado como aquel que tiene el menor índice: (21,17).

Tabla 4.6. Índice para cada intercambio de líneas

Entra	Sale	Índice	Pérdidas
15	12	657.3	676.6
15	19	494.8	493.1
15	18	681.4	707.7
21	17	486.8	483.9
21	16	1244.6	1407.7
21	24	531.5	532.8
26	14	518.4	518.9
26	25	537.1	538.9

Se puede verificar que el índice aproxima satisfactoriamente las pérdidas, mostrando si aumentan o disminuyen respecto a las pérdidas iniciales. Lo más importante es que el índice permite identificar el mejor intercambio, que es aquel que tiene las menores pérdidas.

Usando el mismo método en el sistema de 136 nodos de la referencia [4.13] se encontró que el mejor intercambio de líneas identificada con el índice (4.6) fue siempre aquel con menores pérdidas calculadas usando el flujo de carga.

Si son considerados los posibles costos de construcción de las líneas de suplencia, el índice de sensibilidad es modificado para llevar en cuenta la variación de esos costos.

$$\Delta f_o = \Delta CF_{t-k} + ce \times F_a \times \Delta PL_{t-k} = CF_k - CF_t + ce \times F_a \times \left[ 2P_t \sum_{i \in LUR} r_i t_i P_i + 2Q_t \sum_{i \in LUR} r_i t_i Q_i - r_k + \sum_{i \in LUR} r_i P_i^2 + Q_i^2 \right] \quad (4.8)$$

#### 4.2.4. Aplicación del AGCB al problema de reconfiguración

El algoritmo genético de Chu-Beasley fue aplicado al problema de la reconfiguración de la red de distribución. En esta sección se describen detalles específicos como la codificación de la solución, la generación de configuraciones iniciales y el manejo de las restricciones de capacidad de corriente y tensión mínima.

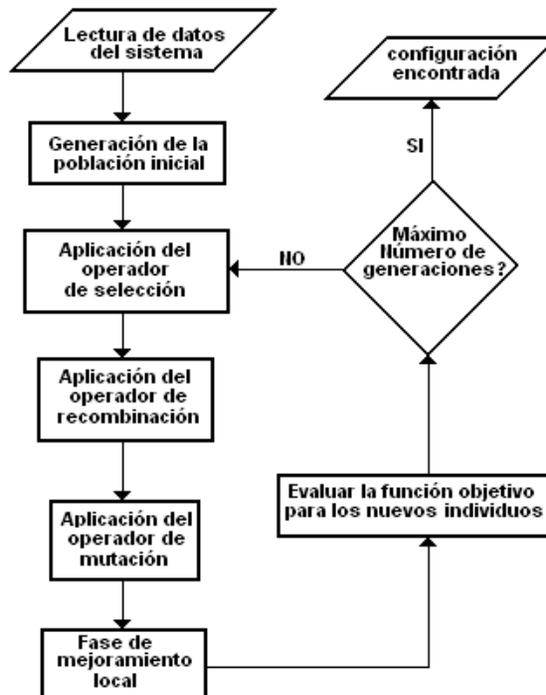


Figura 4.10. Diagrama del algoritmo genético para el problema de reconfiguración

##### 4.2.4.1. Codificación de la solución

La codificación de la solución es hecha con un vector que almacena el estado (activo o no) de las líneas. La codificación es binaria, donde un número un indica que la línea está activa y un número cero indica que la línea no está activa. En la siguiente tabla se muestra la codificación de la configuración mostrada para el sistema de la figura 4.9. Las líneas que tienen valor cero son aquellas que no están activas: 15, 21 y 26.

Tabla 4.7. Ejemplo de la codificación de la solución

Línea	Estado	Línea	Estado
11	1	19	1
12	1	20	1
13	1	21	0
14	1	22	1
15	0	23	1
16	1	24	1
17	1	25	1
18	1	26	0

#### 4.2.4.2. Generación de la población inicial

La configuración inicial tiene que ser una configuración radial y puede ser obtenida del estado inicial del sistema o generada usando un algoritmo heurístico. En este trabajo el algoritmo de Prim [4.14] fue utilizado para ese fin.

El algoritmo de Prim comienza con todos los nodos del sistema desconectados y usa los siguientes conjuntos:

- M: conjunto de nodos adicionados al sistema en la etapa de construcción.
- C: conjunto de ramas del sistema que todavía no fueron escogidas en el proceso de generación de la topología radial.
- $C_1$ : conjunto que contiene las ramas activas en la configuración encontrada al final del proceso.
- $C_2$ : conjunto que contiene las ramas que no están activas (enlaces) en la configuración encontrada al final del proceso.

El algoritmo de Prim sigue los siguientes pasos:

1. Inicializar los conjuntos:  $D=\emptyset$ ,  $C_1=\emptyset$ ,  $C_2=\emptyset$ ,  $C=B$  (el conjunto B contiene todas las ramas).
2. Adicionar el nodo de la subestación al conjunto D.
3. Identificar las ramas que pertenecen a C con uno de sus nodos en D.
4. Escoger una de las ramas identificadas en el paso 3.
5. Si la rama seleccionada en el paso 4 produce un anillo, incluirla en  $C_2$ , de lo contrario incluirla en  $C_1$  y adicionar el nuevo nodo en D. Remover la rama de C.
6. Terminar si todos los nodos del sistema están en D, de lo contrario ir al paso 3.
7. Adicionar los elementos de C a  $C_2$ .

La configuración inicial encontrada está representada por  $[C_1, C_2]$ . La selección de la rama en el paso 4 puede ser aleatoria o con alguna estrategia, lo que permite generar diversas configuraciones iniciales.

#### 4.2.4.3. Fase de mejoramiento local

Cuando son generados nuevos individuos con el proceso de recombinación y mutación se puede hacer una fase de mejoramiento local en la que primero se solucionan problemas de infactibilidad respecto a la restricción de radialidad y después se usa el método heurístico basado en el índice de sensibilidad, intentando mejorar la función objetivo o reducir violaciones de las restricciones.

#### 4.2.4.4. Manejo de las restricciones

Al momento de evaluar la función objetivo de cada configuración se debe verificar el cumplimiento de las restricciones. Si existe alguna violación de las restricciones entonces la función objetivo es penalizada de forma proporcional al desvío.

En la ecuación (4.9) se muestra como se calcula la función objetivo con penalización. Los términos que aparecen en esta ecuación se refieren al valor de la función objetivo sin penalizar ( $f_0$ ), a la penalización por violaciones de la restricción de capacidad de corriente de las líneas y a la penalización por desvíos respecto a la tensión mínima en los nodos.

$$f_{0pen} = f_0 + \sum_{j \in \Omega_B} \alpha_j \times I_j - I_{t_{imax}} + \sum_{i \in \Omega_N} \beta_i \times V_{min} - V_i$$

$$\alpha_j : \begin{cases} 1 & \text{si } I_j > I_{t_{imax}} \\ 0 & \text{si } I_j \leq I_{t_{imax}} \end{cases}$$

$$\beta_i : \begin{cases} 1 & \text{si } V_i < V_{min} \\ 0 & \text{si } V_i \geq V_{min} \end{cases}$$
(4.9)

#### 4.2.5. Caso de prueba

El método fue probado en sistemas de 33 nodos [4.9], 84 nodos [4.15] y 136 nodos [4.13], consiguiendo encontrar la mejor solución conocida en cada caso. Para cada sistema se encontró la reconfiguración óptima tomando como función objetivo las pérdidas de potencia para un caso y el costo de las pérdidas de energía para un segundo caso. Para los tres sistemas se obtuvo el mismo resultado.

En la tabla 4.8 se muestran los valores de pérdidas de potencia, el costo de las pérdidas de energía y las líneas en reserva del sistema.

Tabla 4.8. Resultados para la reconfiguración de sistemas de prueba

Sistema	Pérdidas iniciales máximas [kW]	Pérdidas finales máximas [kW]	Costo de pérdidas iniciales [\$/10 <sup>6</sup> ]	Costo de pérdidas finales [\$/10 <sup>6</sup> ]	Líneas inactivas
SP33	202.68	139.55	537.37	231.17	7,9,14,32,37
SP84	531.99	469.88	1436.98	784.10	7,13,34,39,42,55,62,72,83,86,89,90,92
SP136	320.36	280.19	868.22	469.80	7,35,51,90,96,106,118,126,135,137,138,141,142,144,145,146,147,148,150, 151,155

El cálculo del costo de las pérdidas de energía se hizo para 10 años, con una tasa de descuento del 10% para calcular el valor presente neto y con un precio de la energía de 100\$/kW-h. La tasa de crecimiento del costo de la energía para este problema es 0%.

El desempeño del método propuesto fue evaluado en el caso en que el sistema presenta problemas de tensión. Fue usado el sistema de 136 nodos de [4.13] con las cargas multiplicadas por un factor de 1.3 en los casos A y B y por un factor de 1.4 en los casos C y D, con la restricción  $V_{min} = 0.95p.u.$  Los casos A y C no consideran la restricción de tensión a diferencia de los casos B y D. en todos los casos la función objetivo fueron las pérdidas de potencia.

En la tabla 4.9 son mostradas las características de la configuración encontrada solamente minimizando pérdidas (A) y la configuración encontrada incluyendo la restricción de tensión (B). Las dos configuraciones son diferentes en las líneas: 96 en A y 95 en B. En la configuración B las pérdidas aumentaron 0.14% en relación a las pérdidas en A y la tensión quedó arriba del límite de 0.95pu. Respecto a los casos (C) y (D) el aumento de las pérdidas fue 0.63% y las dos configuraciones son diferentes solamente en dos pares de líneas (90 y 118 en C respecto a 119 y 149 en D).

Tabla 4.9. Influencia de la restricción de tensión en la reconfiguración

Sistema	Pérdidas iniciales máximas [kW]	Pérdidas finales máximas [kW]	Costo de pérdidas iniciales [\$/10 <sup>6</sup> ]	Costo de pérdidas finales [\$/10 <sup>6</sup> ]	V <sub>min</sub> [pu]	Líneas inactivas
A	555.62	482.16	916.7	803.5	0.9478	7,51,53,84,90,96,106,118,126,128,137,138,139,141,144,145,147,148,150,151,156
B	555.62	484.61	916.7	807.3	0.9505	7,38,51,55,84,90,95,106,118,126,128,135,137,138,141,144,145,147,148,150,151
C	650.28	562.64	1069.3	935.7	0.9435	7,51,53,84,90,96,106,118,126,128,137,138,139,141,144,145,147,148,150,151,156
D	650.28	565.70	1069.3	941.6	0.9516	7,51,53,84,96,106,119,126,128,137,138,139,141,144,145,147,148,149,150,151,156

Para el sistema de 136 nodos se incluyeron los costos de construcción de las líneas de suplencia, que inicialmente no forman parte activa del sistema. Se consideró que el costo de construcción de esas líneas es de 5 millones de pesos. En la tabla 4.10 se muestra el resultado para este caso. Las pérdidas y el costo inicial del sistema son los mismos que aparecen en la tabla 5. El costo de inversión en líneas de la solución de la Tabla 4.8 es de 45 millones de pesos, totalizando un costo de 514.8 millones de pesos, que es mayor que la solución mostrada en la Tabla 4.10. Se observa que aunque las pérdidas de potencia son mayores en el último caso, el costo total es menor.

Tabla 4.10. Resultados para la reconfiguración incluyendo el costo de las líneas

Sistema	Pérdidas máximas [kW]	inversión [\$/10 <sup>6</sup> ]	costo total [\$/10 <sup>6</sup> ]	Líneas inactivas
SP136	281.81	35	507.43	51,53,84,90,106,118,126,136,137,138,139,141,144,145,147,148,150,151,152,155,156

Haciendo un análisis financiero del proyecto de reconfiguración considerando el costos de las líneas que se deben construir, se tiene que los costos anuales de las pérdidas de energía son \$87.45x10<sup>6</sup> para el sistema inicial y \$76.89x10<sup>6</sup> para el sistema final, con una inversión de \$35x10<sup>6</sup>. El ahorro en el costo anual de las pérdidas de energía es de \$10.56x10<sup>6</sup>.

La tasa interna de retorno del proyecto de repotenciación está dada por la siguiente expresión para la variable TIR. Resolviendo la expresión se encuentra que la tasa interna de retorno para el proyecto es de 27.52%.

$$35 - 10.56 \times \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{1 + \text{TIR}}^k = 0 \tag{4.10}$$

### 4.3. INSTALACIÓN DE CAPACITORES

La instalación de bancos de condensadores es una estrategia frecuentemente usada para el mejoramiento del factor de potencia local con el fin de reducir los costos de operación por el consumo de potencia reactiva. El costo en inversión, instalación y mantenimiento de los bancos de condensadores en el nivel tensión II es relativamente bajo y es transmitido al consumidor final (Artículo 25 Resolución CREG 108-1997). Su efecto principal es la de ofrecer un soporte de potencia reactiva que al ser instalado cerca de la carga mitiga las caídas en los perfiles de tensión en cada tramo del alimentador.

#### 4.3.1. Efectos sobre el sistema de distribución

Para suministrar la potencia reactiva demandada por una carga desde un generador localizado a gran distancia se requiere que ella fluya a través de un conjunto de líneas que inherentemente generan pérdidas por calentamiento y caídas de tensión. Por tanto resulta más conveniente inyectar estos reactivos, o al menos parte de ellos, de forma local por medio de un banco de condensadores conectado en paralelo con la carga.

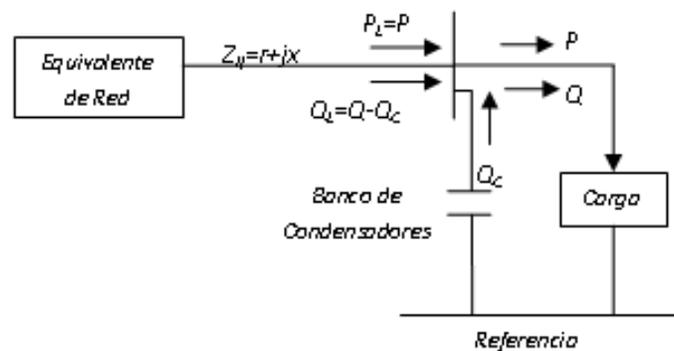


Figura 4.11. Efectos de la compensación en paralelo con la carga

La Figura 4.11 muestra en circuito monofásico equivalente de la compensación de reactivos a través de la instalación de un banco de condensadores de capacidad  $Q_c$ . La potencia reactiva que fluye desde el equivalente de red se ve alterada entonces por dicho valor, trayendo consigo los siguientes efectos sobre el sistema de distribución:

- Mejora los niveles de tensión en los nodos del sistema.
- Disminución de las pérdidas técnicas por efecto joule.
- Existen menos exigencias térmicas sobre las líneas como consecuencia de la reducción de las corrientes.
- Se dispone de una mayor capacidad de transmisión de potencia.
- Capacidad liberada en generación, al reducirse las pérdidas.
- Se aplaza la necesidad de inversión de capital por el perfeccionamiento del sistema (reemplazo de conductores y transformadores sobrecargados).

Los efectos anteriores se traducen en un aumento de la eficiencia del operador de la red de distribución y un mejor estándar de calidad en la prestación del servicio de energía eléctrica a los usuarios finales.

#### 4.3.2. Operación de los bancos de condensadores

Los bancos de condensadores son construidos para operar bajo condiciones nominales de frecuencia y tensión aplicada en sus bornes y son altamente sensibles a las variaciones en estos parámetros. Por tal motivo, para estudios de flujo de carga el modelo que más se ajusta al comportamiento real es el de admitancia constante.

En el Std IEEE 18-1992 y Std 1036-1992 se especifica los patrones de calidad que debe cumplir un banco de condensadores para la conexión en paralelo con la carga. Entre otras cosas se estipula que:

- Debe ser capaz de una operación continua con una tensión rms en terminales 10% superior al nominal y una tensión de pico no superior a 1.7Vrms, incluyendo armónicos, pero excluyendo transitorios. Igualmente debe tener una capacidad de 135% en el valor nominal de corriente.
- La capacidad efectiva de potencia reactiva bajo condición de tensión y frecuencia nominal, debe ser menor al 115%, y mayor al 100% de la potencia especificada.

Comercialmente los bancos son conectados en una configuración Y debido a que es más fácil de fabricar y por tanto más económicos. En IEEE std 1036-1992, se especifica que la operación de bancos conectados en delta es propia del nivel de baja tensión (menor a 2.4 kV) ya que en esta franja no existe un estandar disponible para la conexión en Y. Adicionalmente, se prefiere la conexión a tierra por las siguientes razones [4.16].

- Su impedancia interna permite la autoprotección contra sobretensiones.
- Ofrece un camino de baja impedancia para corrientes de alta frecuencia, por lo que puede ser usado como filtro en sistemas con alto contenido armónico si se ajusta apropiadamente la corriente de resonancia.
- Reduce oscilaciones transitorias ocasionadas por la operación de conmutación de algunos equipos.

#### 4.3.3. Costos de inversión

Generalmente el costo de adquirir un banco de condensadores está asociado directamente con la capacidad nominal de potencia reactiva. Sin embargo existen otros factores que modifican la relación entre costo/capacidad:

- Nivel de tensión del banco, ya que determina la configuración interna del banco, y por tanto afecta el costo global por kVA.
- El número de etapas conmutadas incrementa proporcionalmente el costo, ya que se requiere de un equipo de control y un estandar de calidad superior que garantice la operación conmutada entre etapas.
- El tipo de control empleado (manual, por temperatura, nivel de tensión).
- Clasificación de potencia reactiva de cada unidad de condensador que compone el banco.
- Protecciones contra sobrecargas, armónicos, sobretensiones y desbalance.
- Localización del banco en poste o en gabinete. Para el caso de estudio se considera que los bancos están montados en postes, ya que son propiedad de la empresa y no se requiere de adecuación de obras civiles.

Con el fin de analizar la viabilidad del proyecto debe considerarse un horizonte de planeamiento. Por tal motivo dentro de los costos de inversión debe asumirse el costo por mantenimiento durante ese período de tiempo. Un banco de alta capacidad tendrá un costo inicial relativamente mayor al de uno de baja capacidad, por lo que el equipo de protección asociado y el estándar de calidad son mejores, y por ende, requiere de un programa de mantenimiento menos riguroso. Bajo esta premisa, puede considerarse que el costo conjunto de inversión y mantenimiento al final del proyecto poseen una característica lineal asociada directamente con la capacidad reactiva del banco de condensadores, tal como se muestra en la siguiente Figura 4.12 [4.17].

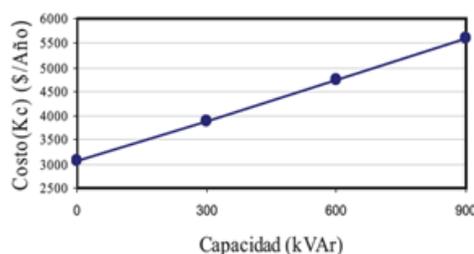


Figura 4.12. Costo anualizado por kVAR instalado

#### 4.3.4. Modelo matemático

La ubicación óptima de los bancos de condensadores en los alimentadores de la red de distribución se puede resumir como un problema de optimización que busca determinar el lugar, tipo, tamaño y esquema de control de los condensadores a ser instalados en los nodos del sistema de distribución con el fin de minimizar los costos del proyecto. A continuación se describe el modelo matemático que describe las componentes del problema

##### 4.3.4.1. Costos de pérdidas de potencia

Las pérdidas de energía del sistema dependen directamente de las fluctuaciones de la demanda a lo largo del período de estudio, la cual en esencia posee un comportamiento continuo. Para efectos de un estudio de planeamiento, las variaciones se pueden aproximar a niveles de carga discretos durante los cuales la demanda es constante.

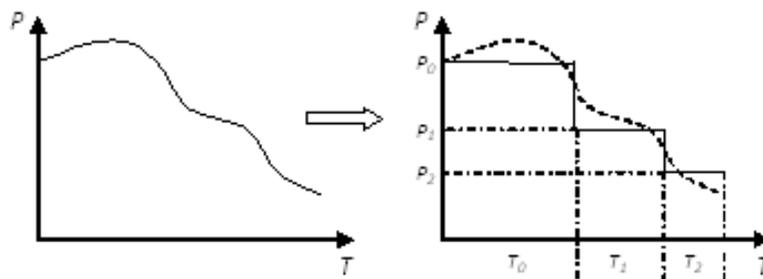


Figura 4.13. Curva de carga discretizada

Durante cada intervalo de tiempo  $T_i$ , la demanda se puede representar como el porcentaje de variación  $s_i$  medido con respecto a potencia nominal del nodo  $P_o$ .

$$P_i = s_i \times P_o \tag{4.11}$$

Para cada nivel de carga  $i$  ( $i=1,2,3 \dots nt$ ) se obtiene un valor de pérdidas de potencia activa  $P_{Li}$ , producto de la disipación de calor en los conductores de los alimentadores durante el intervalo de tiempo  $T_i$ . Un flujo de carga [4.18] permite encontrar las variables de estado del sistema ( $V, \delta$ ) y a partir de allí determinar la potencia disipada en los alimentadores. Luego, si se consideran todos los niveles de carga  $nt$  presentes durante el período de estudio, las pérdidas globales de energía  $E_{Total}$  se encuentran dadas a partir de la ecuación (4.12), donde  $k_e$  es el costo anualizado por la cantidad de energía eléctrica que la empresa debe comprar y deja de vender.

$$E_{Total} = k_e \times \sum_{i=1}^{nt} T_i \times P_{Li}(V, \delta) \tag{4.12}$$

Por otro lado, es común asignar a las pérdidas de potencia en la hora pico un valor que penaliza económicamente el hecho de que esta potencia sea disipada en las líneas y se deje de percibir una ganancia por la venta a un usuario del sistema. Lo anterior puede ser descrito matemáticamente por medio de la siguiente ecuación, donde  $K_o$  tiene unidades \$/kW.

$$C_{po} = K_o \times P_o \tag{4.13}$$

Las ecuaciones (4.12) y (4.13) pueden ser agrupadas dentro de una misma función objetivo, ya que representan el costo de las pérdidas técnicas del sistema, son expresadas en términos monetarios y el proceso de optimización las afecta con el mismo gradiente de búsqueda. La ecuación (4.14) expresa por tanto el costo global de las pérdidas de potencia activa en el sistema.

$$F_1 = k_e \times \sum_{i=1}^{nt} T_i \times P_i(V, \delta) + K_o \times P_o \quad (4.14)$$

#### 4.3.4.2. Costo asociado a los equipos instalados

Considerando lo expuesto anteriormente en cuanto al costo de los bancos de condensadores, el costo global de los equipos considerados dentro del proyecto son:

$$F_2 = \sum_{k=1}^{nc} f(u_k^o) \quad (4.15)$$

Donde  $f(u_k^o)$  representa el costo asociado a la instalación en la barra  $k$  del banco de condensadores de tamaño  $u_k^o$  y  $nc$  es el número de barras en las que se instalan bancos de condensadores.

#### 4.3.4.3. Restricciones operacionales

La potencia que puede circular por cualquier elemento del sistema se encuentra limitada por un valor nominal especificado que garantiza la vida útil del equipo. La siguiente inecuación indica que la potencia aparente  $Sreg_k^i$  fluyendo por el elemento  $k$ , debe ser menor o igual al valor nominal  $Snom_k$  durante todos los niveles de carga  $i$ .

$$Sreg_k^i \leq Snom_k \quad (4.16)$$

Donde,  
 $k=1, 2, \dots, nr$   
 $i=1, 2, \dots, nt$

#### 4.3.4.4. Restricción de perfiles de tensión

Con el fin de garantizar una buena calidad en el servicio prestado a los usuarios conectados a la red de distribución, y primordialmente prevenir sobrecompensación en los niveles de carga más bajos (y consecuentemente niveles de tensión demasiado elevados), el nivel de tensión en cada nodo del sistema de distribución debe permanecer dentro de los límites establecidos por el ente regulador. De esta manera las limitaciones en la magnitud de la tensión en la barra  $k$  se expresan por medio de la siguiente restricción:

$$Vmin_k \leq V_k \leq Vmax_k \quad (4.17)$$

Donde  $k=1,2,\dots,n$ , siendo  $n$  el número de nodos del sistema, mientras que  $Vmin_k$  y  $Vmax_k$  corresponden respectivamente al nivel de tensión mínimo y máximo admisibles para el nodo  $k$ .

#### 4.3.4.5. Restricciones de flujo de carga

En cualquier sistema eléctrico el flujo de corrientes y las tensiones en cada nodo se encuentran descritos por las dos leyes de Kirchhoff. Las restricciones de flujo de potencia se pueden expresar en forma compacta para cada nivel de carga como:

$$G^i(x^i, u^i) = 0 \quad (4.18)$$

Con  $i = 1,2,\dots,nt$ , donde  $nt$  es el número de niveles discretos de la curva de carga. De esta manera se expresan las ecuaciones de flujo de potencia para el nivel de carga  $i$ , donde  $x^i$  es el vector que contiene las variables de

estado (valor de la tensión en todos los nodos del sistema, en magnitud  $V_k$  y ángulo  $\delta_k$ ), y  $u^i$  es el vector que contiene las variable de control (reactivos inyectados por los bancos de condensadores).

4.3.4.6. Restricciones de tipo económico

Adicionalmente es posible limitar la inversión inicial del proyecto a un valor, determinados  $InvMax$  generando la restricción (4.19).

$$F_3 \leq InvMax \tag{4.19}$$

4.3.4.7. Formulación del modelo matemático completo

El problema consiste en determinar en forma óptima la ubicación, tipo y tamaño de un conjunto de condensadores, con el fin de disminuir las pérdidas de potencia activa y mejorar los perfiles de tensión en un sistema de distribución radial que contempla diferentes condiciones de carga y restricciones de tipo técnico y económico. La formulación contiene variables de diferente clase (aleatorios, complejos, lineales) que lo convierten en un problema de difícil solución bajo las técnicas de optimización clásicas.

$$\begin{aligned} \text{Min } v = & k_e \times \sum_{i=1}^{nt} T_i \times P_i(V, \delta) + K_o \times P_o + \sum_{k=1}^{nc} f(u_k^o) \\ \text{s.a } & G^i(x^i, u^i) = 0 \\ & Vmin_k \leq V_k \leq Vmax_k \\ & Sreg_k^i \leq Snom_k \\ & F_3 \leq InvMax \end{aligned} \tag{4.20}$$

4.3.5. Aplicación del AGCB al problema

4.3.5.1. Codificación del problema

Una alternativa de solución para el problema de ubicación de bancos de condensadores corresponde a la formación de un vector de  $n$  posiciones, donde  $n$  es el número de barras que componen el sistema de distribución. Este vector emula un cromosoma de un ser vivo y cada posición determina una característica del individuo, que para el presente caso corresponde a la capacidad de un banco de condensadores instalado en cada barra, tal como se muestra en la Figura 4.14, para un sistema de 6 barras, en el cual la alternativa de solución dada por el cromosoma estipula un banco de 600 kVAr en la barra 3 uno de 300 kVAr en la barra 6.

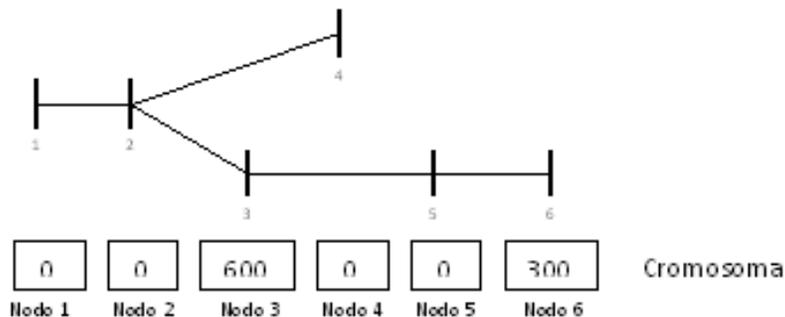


Figura 4.14. Codificación para el problema de ubicar bancos de condensadores

La capacidad total del banco de condensadores es lograda por medio de la conexión interna de un número determinado de unidades de capacidad fija estándar. Así, asumiendo que la capacidad de la unidad básica es

300 kVAr, significa que el cromosoma solicita dos unidades en la barra tres y una unidad en la barra seis. Por tanto, la codificación del cromosoma de la figura anterior toma la forma descrita en la siguiente figura.

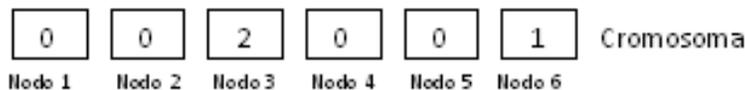


Figura 4.15. Codificación para un nivel de carga

La alternativa de solución informa del estado de las variables de control del sistema solo durante un periodo de carga determinado Figura 4.. Por tanto para que el cromosoma sea representativo de todo el espacio de tiempo proyectado es necesario considerar un vector adicional por cada intervalo de tiempo. Como resultado, un cromosoma toma la forma de la matriz de la Figura 4.16, donde cada fila indica el número de unidades instaladas durante cada intervalo de tiempo, y cada columna indica el nodo donde fueron instalados. Con esta configuración es posible representar cualquier alternativa de solución existente en el espacio de solución del problema.

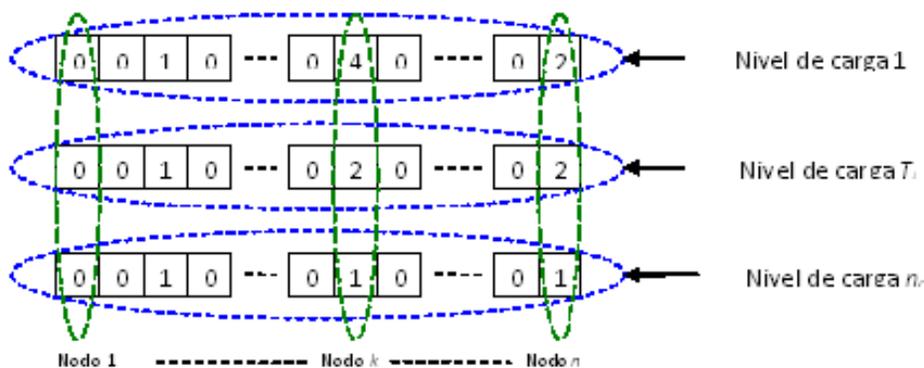


Figura 4.16. Alternativa de solución completa

Por otro lado, es posible disminuir el espacio total y reducirlo al conjunto de nodos donde es factible la instalación de un banco de condensadores. Estos pueden ser identificados al descartar puntos del sistema donde se sabe de la existencia de inconvenientes físicos, técnicos o económicos que lo impiden. Otra técnica empleada es la de usar técnicas heurísticas basadas en análisis de sensibilidad que permitan clasificar los nodos del sistema de acuerdo al impacto que produce en las pérdidas de potencia activa cuando en él se instala un banco de condensadores. Asimismo esta clasificación puede ayudar a generar soluciones iniciales que orienten el algoritmo en regiones de buena calidad.

4.3.5.2. Algoritmo Heurístico basado en índices de sensibilidad

Desde el punto de vista teórico los mecanismos de búsqueda del algoritmo genético están en capacidad de converger en soluciones de buena calidad aún cuando se parte de soluciones construidas aleatoriamente. Pero para el problema de la ubicación de bancos de condensadores, que típicamente posee un amplio espacio de solución, el tiempo de procesamiento requerido puede ser alto e inviable. Por tal motivo, es usual generar soluciones previas conocidas como inicializadores o arrancadores las cuales posicionan el algoritmo en regiones del espacio de solución con altas perspectivas de generar resultados satisfactorios. Los métodos empleados para la construcción de las soluciones iniciales son conocidos como heurísticos, y se basan especialmente en el conocimiento previo del problema enfrentado o bajo análisis de sensibilidades del sistema.

El índice de sensibilidad debe identificar los nodos en los cuales al inyectar una pequeña cantidad de reactivos se genere un gran impacto en la reducción de las pérdidas de potencia activa en las líneas del sistema de distribución. Matemáticamente esto se expresa por medio de la ecuación (4.21), donde  $V$  y  $\delta$  representan respectivamente la magnitud de la tensión y el ángulo nodal en cada punto del sistema.

$$\eta_k^c = \frac{\partial}{\partial Q} P_L(V, \delta) \tag{4.21}$$

Existen diversas formas de calcular este índice de sensibilidad. Por ejemplo en [4.19] se expone un tratamiento matemático para calcular los índices de sensibilidad a partir de la matriz Jacobiana del flujo de carga del método Newton Raphson, el cual puede ser resumido de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial Q} P_L(V, \delta) = \frac{\partial P_L}{\partial V} \times \frac{\partial V}{\partial Q} + \frac{\partial P_L}{\partial \delta} \times \frac{\partial \delta}{\partial Q} \tag{4.22}$$

En la siguiente figura se muestran los índices de sensibilidad encontrados al aplicar este criterio sobre el sistema de prueba IEEE de 9 nodos (ver Anexo A3.6), en el cual la subestación se encuentra ubicada en el nodo 10.

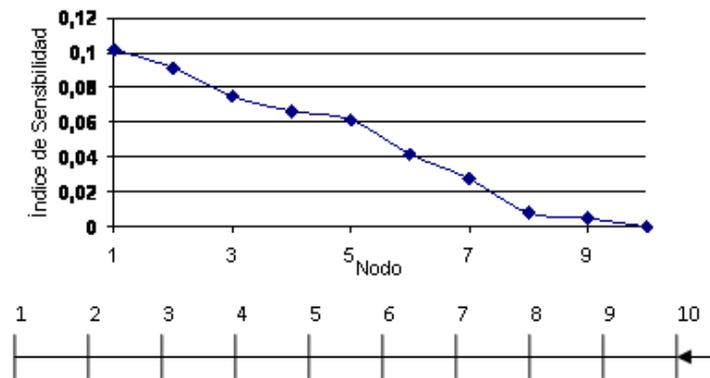


Figura 4.17. Análisis de sensibilidad para el sistema de IEEE 9 nodos

De los datos expuestos en la figura anterior se puede concluir que los nodos diez, nueve y ocho no producen un impacto significativo dentro del sistema, y pueden ser eliminados del proceso de optimización, lo cual significa que no serían tomados en cuenta para la instalación de un banco de condensadores. Por otro lado, los nodos uno y dos poseen una alta sensibilidad, por lo que es aconsejable tenerlos en cuenta en la formación de la población inicial.

El procedimiento heurístico para construir una alternativa de solución se resume en los siguientes pasos:

- i. Escoger aleatoriamente el número de bancos de condensadores a instalar dentro del sistema.
- ii. Seleccionar aleatoriamente el nodo que recibe la instalación del banco de condensadores dando una mayor probabilidad a los nodos que poseen mejor índice de sensibilidad.
- iii. Si el nodo escogido en ii no ha sido introducido dentro de la alternativa de solución actual, ingresar y seleccionar aleatoriamente la capacidad del banco a instalar. De lo contrario retornar a ii.
- iv. Si se completó el número de bancos establecido en i, la construcción de la alternativa de solución es finalizada. De lo contrario retornar a ii.

#### 4.3.5.3. Criterio para el operador de cruce

La estrategia empleada para el operador de cruce del AGCB se encuentra ilustrado a manera de ejemplo en la siguiente figura para un sistema de 6 nodos y dos periodos de carga. El punto de cruce es seleccionado aleatoriamente con  $1 < p_c < n_{cand}$ , donde  $n_{cand}$  es el número de nodos candidatos a la instalación del banco de condensadores.

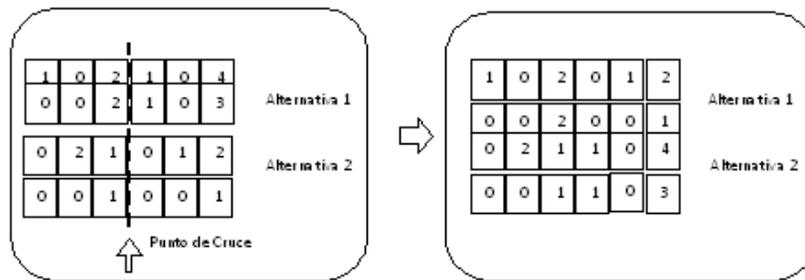


Figura 4.18. Cruce de dos alternativas de solución

#### 4.3.5.4. Búsqueda local

El siguiente procedimiento resume la estrategia empleada para el mejoramiento de una alternativa de solución a partir de pequeñas alteraciones en la topología actual. El objetivo en este caso es modificar la capacidad instalada del banco de condensadores durante uno o varios periodos de carga en cualquier nodo de la red.

- i. Escoger la alternativa de solución.
- ii. Escoger aleatoriamente un nodo de la alternativa de solución.
- iii. Escoger aleatoriamente el periodo de tiempo que sufrirá la alteración y luego modificar la capacidad reactiva instalada.
- iv. Evaluar el efecto de la variación de la capacidad del banco sobre la función objetivo. Si el efecto es positivo (se mejora la función objetivo) el cambio se mantiene y se retorna al paso ii. De lo contrario el cambio es rechazado, se conserva la estructura de solución inicial y se retorna al paso ii.
- v. Continuar realizando cambios locales hasta que se completen cinco cambios sin mejorar la función objetivo.

#### 4.3.6. Caso de prueba

Como primer caso de prueba se seleccionó el sistema IEEE de 9 nodos (Anexo 3). La siguiente tabla muestra los datos de entrada para la implementación computacional del algoritmo de optimización considerando como estrategia de control la instalación de bancos de capacitores.

Tabla 4.11. Parámetros de entrada para el sistema IEEE de 9 nodos

UBICACIÓN ÓPTIMA DE CONDENSADORES				
Tamaño comercial de unidad de capacidad fija (kVar)		300		
Curva Duración de carga	Índice de Carga	1.1	0.6	0.3
	Tiempo (horas)	1000	6760	1000
Costo Anualizado en Pérdidas de Energía (US\$/kW-h)		0.06		
Costo Anualizado Potencia Activa hora pico (US\$/kW)		168		
Costo en Capacitores (US\$/kVAr)		4.9		
Tensión en nodo slack (kV)		23		
Límite de tensión máxima (pu)		1.05		
Limite de inversión (US\$)		15000		

Para la operación del sistema de distribución, sin generar ninguna acción de control, la simulación de un flujo de potencia activa encuentra, para cada intervalo de la curva de duración de carga, los niveles de pérdidas de potencia activas ilustrados en la Tabla 4.12.

Tabla 4.12. Datos para evaluación de la función objetivo

Factor Carga	Pérdidas de Potencia (kW)	Duración (Horas)	Pérdidas de Energía (MW-h)
1.1	984.20	1000	984.20
0.6	251.60	6760	1700.82
0.3	58.30	1000	58.30

El costo de mantener el sistema sin modificaciones se encuentra al resolver la función objetivo del modelo matemático (4.19), donde:

$$v = (984,2 + 1700,82 + 58,30) * 60 + 984,2 * 168 = 329.944 \tag{4.23}$$

#### 4.3.6.1. Ubicación de bancos fijos

Como primera variante del problema, el algoritmo se limitó a la instalación de bancos de condensadores fijos, es decir la capacidad instalada del banco de condensadores no se modifica para cada intervalo de la curva de demanda. Para demostrar la efectividad del algoritmo se seleccionaron tres escenarios de optimización y se aplicó el modelo matemático descrito en (4.19) considerando que:

- Se optimiza sólo el intervalo con el nivel de carga más alto.
- Se optimiza sólo el intervalo con nivel de carga media.
- Se optimiza el modelo completo que considera simultáneamente todos los intervalos de la curva de duración de demanda

Optimizar el nivel de carga más bajo genera como única alternativa de solución viable dejar el sistema sin compensar, ya que el beneficio logrado es menor a la ejecución de cualquier proyecto, por tanto no es

considerado. Para los escenarios 1 y 2 el esquema de control encontrado por la metodología de solución se aplica en los demás intervalos de tiempo para encontrar el efecto global de los bancos de condensadores de capacidad fija. Los resultados encontrados se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 4.13. Discriminación de los costos (US\$) para cada uno de los escenarios

Escenario	Costo de la pérdida de energía			Inversión	Total
	Max.	Med.	Min		
1	204273	95244	3990	8820	312327
2	221683	97260	3398	2940	328221
3	201524	92829	3794	11760	309907

En la Figura 4.19 se encuentra el comportamiento de las pérdidas de potencia activa para cada uno de los escenarios considerados.

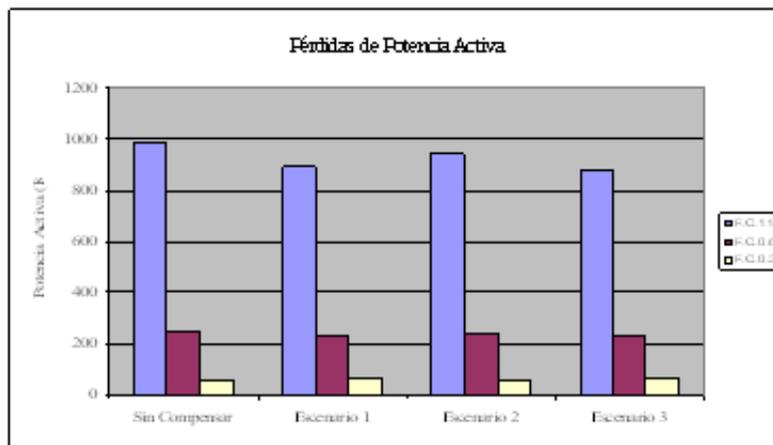


Figura 4.19. Pérdidas de Potencia Activa

Los escenarios 1 y 2 resultan entonces óptimos para el intervalo de tiempo considerado, ya que no poseen información de cómo se afecta el sistema durante los restantes intervalos. Así el algoritmo es incapaz de identificar que una inversión más alta genera beneficios mayores que viabilizan la realización del proyecto.

La mejor alternativa de solución para el problema propuesto es la configuración mostrada en la Tabla 4.14, encontrada al resolver el modelo (4.19) con el escenario 3.

Tabla 4.14. Alternativa de solución encontrada para el caso de localización de condensadores fijos

Nodo	kVAr
1	300
4	300
5	600
6	1200

Para este esquema de control, la Tabla 4.15 presenta el beneficio durante cada intervalo de tiempo.

Tabla 4.15. Descripción de los costos (US\$) durante cada nivel de carga

Índice de Carga	Sin Compensar	Compensado	Ahorro
1.1	224398	201524	22873
0.6	102049	92829	9220
0.3	3498	3794	-296

El ahorro generado representa en conjunto un valor que asciende a US\$31.797, valor suficiente para justificar la inversión en la compra de los bancos de condensadores y aún así generar un ahorro de US\$20.037.

Adicionalmente se observa que durante el nivel de carga con menor demanda los costos son incrementados con respecto al sistema sin compensación, pero aun así el beneficio global es más representativo.

#### 4.3.6.2. Ubicación de condensadores fijos y variables

Como segundo caso se considera la posibilidad de instalar conjuntamente bancos de capacidad fija y variable en el sistema de distribución de 9 nodos (Anexo A3.6). Los parámetros para el algoritmo son iguales a los mostrados en la Tabla 4.11, excepto que se consideró elevar en un 10% el costo de los bancos de condensadores variables, ya que las maniobras realizadas durante la operación automática del banco significa, en general, incrementar los costos de instalación y mantenimiento. Bajo este nuevo conjunto de restricciones se encuentra que la mejor configuración, con una función objetivo de US\$309.279, es la mostrada en la Tabla 4.16.

Tabla 4.16. Capacidad instalada en kVAr por intervalo de tiempo

Barra	kVAr para cada índice de carga		
	1.1	0.6	0.3
1	300	0	0
2	300	300	300
5	900	600	0
6	1200	1200	1200

Para este esquema de control, la Tabla 4.17 presenta el beneficio durante cada intervalo de tiempo.

Tabla 4.17. Descripción de los costos (US\$) usando bancos fijos y variables

Factor Carga	Sin Compensar	Compensado	Ahorro
1.1	224.398	199.490	24.907
0.6	102.049	92.667	9.381
0.3	3.498	3.304	194

El ahorro generado representa en conjunto un valor que asciende a US\$34.483, valor superior en un 8.44% al encontrado con la instalación de bancos fijos, mientras que la inversión en la compra de los bancos de condensadores se incrementa en 17.5%. En total, el ahorro generado por esta configuración es un 3% superior a la encontrada usando bancos de capacidad fija.

#### 4.3.6.3. Ubicación de condensadores considerando regulación de tensión

Los casos analizados anteriormente no tienen en cuenta el efecto de la tensión sobre la capacidad efectiva del banco de condensadores ni las limitaciones en los niveles de tensión en los nodos del sistema de distribución, siendo apenas casos para el entendimiento de la metodología. Para casos más reales, que puedan ser llevados a la práctica, deben ser considerados estos dos aspectos. Para tal efecto se considera ahora que los límites de

tensión en cada nodo del sistema deben estar entre 0.90 y 1.05 pu, y el banco de condensadores se representa por un modelo de impedancia constante a tensión nominal de 1 pu. Ajustando el tap en el transformador de la subestación para conseguir una tensión de 1.05 pu, los niveles de tensión en cada nodo del sistema se presentan en la Figura 4.20.

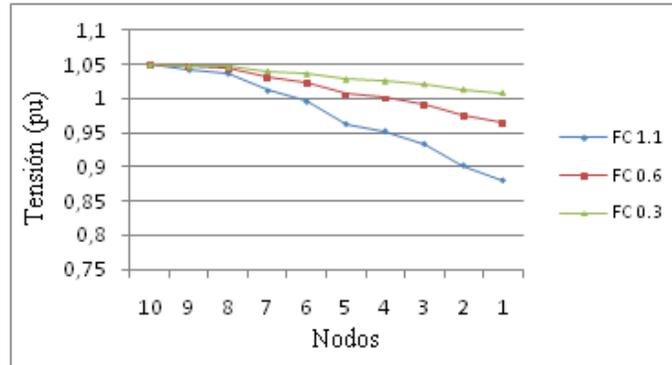


Figura 4.20. Niveles de tensión en pu para el sistema de 9 nodos

Los costos del sistema sin compensación ascienden a US\$291.094. La reducción en los costos, comparado con los casos anteriores, corresponde al beneficio de incrementar los niveles de tensión en el sistema. Sin embargo se aprecia una alta caída de tensión, fuera de los límites establecidos, en el nodo 1. Al optimizar este sistema con el modelo matemático (4.19) se encontró la siguiente alternativa de solución:

Tabla 4.18. Capacidad instalada en kVAr por intervalo de tiempo

Barra	kVAr para cada índice de carga		
	1.1	0.6	0.3
3	600	300	300
5	600	600	0
6	1200	1200	600

Esta alternativa de solución representa una inversión de capital de US\$11.760, y reduce los costos operacionales a US\$265.267, generando un ahorro global de US\$14.066 y fijando los niveles de tensión de todos los nodos dentro de los niveles permitidos.

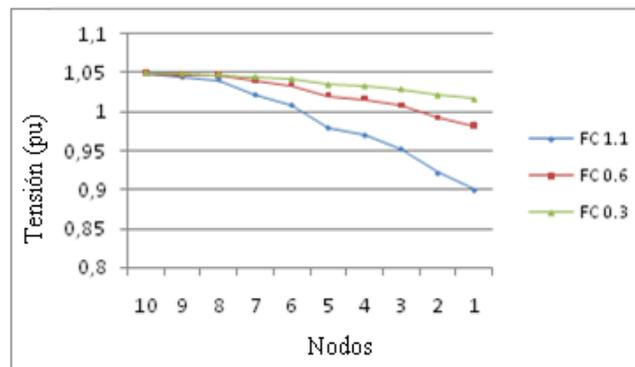


Figura 4.21. Niveles de tensión en pu para el sistema compensado

La Tabla 4.19 muestra como se distribuyen los costos operativos durante cada intervalo de la curva de duración de demanda.

Tabla 4.19. Discretización de costos (US\$) considerando niveles de tensión

Índice de Carga	Sin Compensar	Compensado	Ahorro
1.1	196.619	179.192	17.550
0.6	91.309	83.253	8.056
0.3	3.163	2.945	219

Se puede concluir que el mayor beneficio se logra cuando el algoritmo posee información clara del comportamiento de la carga durante el periodo de estudio. Analizar un sólo escenario no garantiza que la alternativa de solución pueda ser particularizada a los demás intervalos de la curva de duración de demanda.

Adicionalmente, el efecto producido sobre los niveles de tensión puede ser en algunos casos prohibitivo para los periodos de baja carga, por lo que el uso de bancos de condensadores de tipo fijo y variable debe ser considerado simultáneamente.

---

#### 4.4. REGULADORES DE TENSIÓN

##### 4.4.1. Introducción

Un regulador de tensión es básicamente un autotransformador con taps en uno de sus devanados, permitiendo así, variar el voltaje entregado bajo carga. El dispositivo común es un regulador monofásico, el cual se puede aplicar a sistemas monofásicos o puede ser conectado con otras unidades para formar un banco trifásico.

La mayoría de reguladores se diseñan para corregir el voltaje de línea para elevarlo o reducirlo hasta un 10% ( $\pm 10\%$ ), en 32 pasos: 16 hacia arriba y 16 hacia abajo. Es decir, cada paso representa 10/16% (0.625% voltios por tap) de cambio de voltaje por paso. Cada regulador de voltaje está equipado con los controles y accesorios necesarios para que los taps sean cambiados bajo carga y en forma automática para mantener el voltaje en el centro de carga o de regulación en un voltaje predeterminado con un cierto nivel de tolerancia denominada ancho de banda.

Los autotransformadores son la base de los reguladores los cuales tienen como función mantener un nivel de tensión predeterminado en una línea de distribución. El regulador es un autotransformador con varias derivaciones en el bobinado. Algunos valores típicos del rango de regulación son:  $\pm 5\%$ ,  $\pm 6.65\%$ ,  $\pm 7.5\%$ ,  $\pm 8.75\%$ ,  $\pm 10\%$ .

El problema de la ubicación óptima de reguladores de tensión, corresponde a la determinación del lugar (localización), del número mínimo de reguladores de tensión en el alimentador y de la posición óptima del tap en cada uno de ellos, de forma que el perfil de tensión esté dentro de unos límites preestablecidos y se reduzcan las pérdidas del sistema de distribución para ciertas condiciones de carga. Además, la solución técnica encontrada debe ser factible desde el punto de vista económico, por tal motivo, el modelo matemático debe considerar el costo de la inversión en la instalación de los reguladores de tensión y el costo de las pérdidas de energía, de acuerdo a una discretización de la curva de carga.

El modelo debe entregar una propuesta que permita mantener los voltajes del sistema dentro de un rango específico ( $V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max}$ , con  $i=1, 2, \dots, \#$  nodos), y además, la instalación de los reguladores debe producir un beneficio económico después de restar al valor total de las pérdidas eliminadas, el costo de inversión de los nuevos elementos y, si es el caso, las rentabilidades esperadas para los dineros invertidos.

##### 4.4.2. Formulación matemática del problema

El modelo matemático está conformado por una función objetivo que representa los costos totales y que involucra el costo de las pérdidas de energía del sistema, el costo de inversión por colocación de los reguladores de tensión, y una componente que indica, en unidades monetarias, el mejoramiento del perfil de tensión del sistema de distribución.

El costo de inversión toma en cuenta todos aquellos gastos en los que se incurre por instalar los reguladores de tensión necesarios para el cumplimiento de los objetivos, entre los cuales se encuentran:

- Costo del regulador de tensión instalado.
- Costo de la mano de obra requerida para la instalación.
- Equipos complementarios requeridos para el buen funcionamiento de los reguladores de tensión (transformadores de potencial y transformadores de corriente).
- Costo en el que se incurre por interrupción del servicio debido a la instalación del equipo. Este costo realmente varía de acuerdo al sector en el cual se está haciendo la interrupción (residencial, comercial e industrial), por lo tanto, puede tomarse un costo que represente la combinación de cargas afectada por la interrupción.

Para el cálculo del costo de las pérdidas de energía del sistema, se considerarán variaciones de carga del sistema durante un tiempo determinado T (con T=8760 horas). Las variaciones de carga se aproximan por medio de niveles discretos, donde las cargas del sistema varían en forma proporcional, dependiendo del nivel discreto de carga donde se encuentre, es decir que se representan por medio de la curva de duración de carga.

El esquema de discretización se presenta en la siguiente figura.

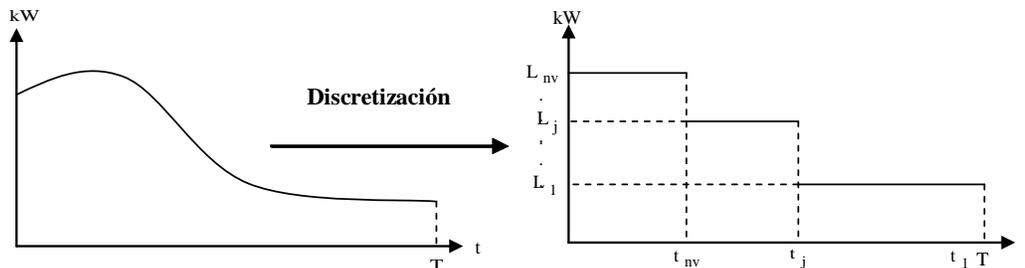


Figura 4.22. Discretización por niveles de carga

Cada nivel L representa un porcentaje del nivel de carga máxima ( $L_{nv}$ ).

Adicionalmente, el modelo matemático debe considerar restricciones que garanticen una adecuada operación del sistema.

- Restricción del balance de potencia nodal: el flujo de corrientes por las líneas y los voltajes en los nodos deben cumplir las leyes eléctricas.
- Restricción de la magnitud voltaje: cuando los sistemas de distribución están bien diseñados, los cambios en las condiciones desbalanceadas de la carga y la demanda, causan cambios mínimos en el perfil de tensión del sistema. Por lo tanto, la restricción de magnitud de voltaje se considera independiente del nivel carga j.
- Restricción de la cantidad de reguladores de tensión a ubicar en el sistema.
- Restricción de la capacidad de carga del regulador de tensión.

De esta manera, un modelo que contenga todas las condiciones anteriores es mostrado a continuación:

$$\text{Min } v = C_E * \sum_{t=1}^{N_T} T_t \sum_{i=1}^{N-1} R_i \left( \frac{P_{i,t}^2 + Q_{i,t}^2}{V_{i,t}^2} \right) + C_L * P_L + \alpha * \sum_{k=1}^N \delta_k * \Delta V_k + \sum_{k=1}^N C_{RTkP} * VR_k$$

s.a.

$$P_{D(kt)} = f_P(V_{kt}, \theta_{kt}, \beta)$$

$$Q_{D(kt)} = f_Q(V_{kt}, \theta_{kt}, \beta) \tag{4.24}$$

$$V_{\min} \leq V_k \leq V_{\max} ; k = 1, 2, 3, \dots, N$$

$$\sum_{k=1}^N VR_k \leq RT_{\text{disp}}$$

$$1 \leq TAPRT_k \leq 16$$

$$CAPVR_k \leq CAP_{\text{max disp}}$$

Donde,

- $C_E$ : costo de la energía (\$/kW-h)
- $C_L$ : coeficiente de dimensionalidad (\$/kW)
- $C_{RTKP}$ : costo de instalación del regulador de tensión de capacidad P instalado en la barra k.
- $N$ : número total de nodos del sistema.
- $N-1$ : número total de segmentos del sistema.
- $\beta$ : otros parámetros de flujo de carga.
- $N_t$ : número de niveles de la curva discretizada de carga.
- $T_t$ : horas de duración del nivel de carga t.
- $P_{i,t}$ : flujo de potencia activa por la línea i en el nivel de carga t (kW).
- $Q_{i,t}$ : flujo de potencia reactiva por la línea i en el nivel de carga t (kVAr).
- $P_L$ : pérdidas de potencia en el nivel de carga pico (kW).
- $\alpha$ : constante de adaptación en \$/V, para contabilizar en la función objetivo el perfil de tensión en el sistema.
- $\Delta V_k$ : desviación de la magnitud de voltaje en la barra i, con respecto al voltaje medio ( $V_{medio}$ ).

En la función objetivo, el primer término contabiliza el costo de las pérdidas de energía para cada período de la curva de carga, los costos de las pérdidas de potencia son evaluados por la expresión  $C_L * P_L$ , el tercer término se emplea para medir el impacto del perfil de tensión y la última expresión representa el costo de instalación de los reguladores.

En la siguiente tabla se muestra un grupo de reguladores de tensión con sus parámetros de impedancia y valor anualizado de inversión, suponiendo una vida útil de 15 años.

Tabla 4.20. Conjunto de reguladores

Tensión Nominal (V)	Potencia Nominal (kVA)	R (p.u.)	X (p.u.)	Costo Anualizado del Regulador de Tensión (\$)
13800	72	0	0.0005	2537771
13800	144	0	0.0005	4441100
13800	288	0	0.0005	6090651
13800	333	0	0.001	8120869
13800	416	0	0.001	9516643
13800	432	0	0.001	9516643
13800	500	0	0.001	9897309
13800	576	0	0.001	10785529
13800	667	0	0.001	11039306
13800	720	0	0.001	11419972
13800	833	0	0.001	12054414

#### 4.4.3. Factores de sensibilidad

Además de plantear las componentes del modelo matemático, es conveniente realizar un análisis de sensibilidad, el cual indica las barras que son candidatas para instalar un regulador de tensión. Inicialmente se asume que el regulador de tensión proporcionará una regulación máxima del 10%. Mediante la predeterminación de la ubicación de los reguladores de tensión se puede entonces disminuir el espacio de búsqueda del algoritmo de optimización, y por otra parte, también se consigue un ahorro significativo del tiempo empleado para encontrar las soluciones óptimas.

Este proceso se realiza con el objetivo de facilitar la búsqueda de la solución óptima. Para ello se seleccionan las barras que son más atractivas para la ubicación del equipo. Esto se logra implementándose un índice de

sensibilidad el cual indica qué tanto varían las pérdidas activas del sistema al variar la tensión en una barra determinada del sistema. El índice está determinado por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial P_L}{\partial V_i} = 2 * \sum_{j=1}^n V_j \cdot G_{ij} * \text{Cos}\theta_{ij} + B_{ij} * \text{Sen}\theta_{ij} \tag{4.25}$$

Donde,

- n: cantidad total de nodos del sistema.
- $G_{ij}$ : conductancia existente entre el nodo i y el nodo j.
- $B_{ij}$ : susceptancia existente entre el nodo i y el nodo j.
- $\theta_{ij}$ : diferencia angular entre los voltajes del nodo i y el nodo j.

En cada iteración del algoritmo de optimización se utiliza la anterior ecuación para determinar la variación en las pérdidas de potencia activa al realizar una variación de tensión en cada una de las barras. Se forma un vector de sensibilidades ordenado de manera descendente, donde las primeras posiciones del vector indican las barras cuya variación del voltaje implican una mayor influencia sobre las pérdidas totales del sistema. Este vector es indispensable cuando el algoritmo de optimización propone nuevas configuraciones (instalación de reguladores en las barras del sistema de distribución) tras la búsqueda de la configuración óptima que permita obtener el menor valor de la función de costo total. Con el fin de proporcionarle al algoritmo de optimización mayor diversidad y evitar caer en óptimos locales, también se generan dos vectores más. En el primero se encuentran las barras cuya tensión está por fuera del límite mínimo de tensión pero que a su vez están más cercanas a la subestación y en el segundo vector se encuentran aquellas barras, si existen, que tengan tensión por encima del límite máximo.

#### 4.4.4. Consideraciones para reguladores monofásicos

En la Figura 4.23 se muestra el esquema monofásico de un regulador de tensión, en donde t y Y corresponden al tap y la admitancia de cortocircuito del regulador de tensión, respectivamente. ni es el nodo de entrada y (ni+1) el nodo de salida. La conexión mostrada es aditiva y puede ser elevadora o reductora de acuerdo a la conexión de los devanados.

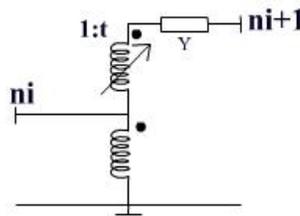


Figura 4.23. Representación monofásica del regulador de tensión

Para el caso de sistemas balanceados (representación monofásica), el regulador de tensión se puede representar a través de un modelo  $\pi$ , tal como se muestra en la siguiente figura.

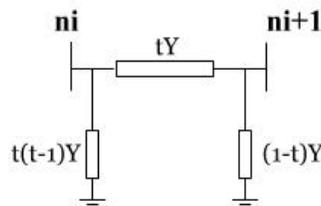


Figura 4.24. Modelo  $\pi$  del regulador de tensión

En la figura anterior,  $t$  corresponde al valor del tap del regulador de tensión, el cual se debe estar entre 0.9 y 1.1. El término  $V_{ni+1}$  es igual a  $t \cdot V_{ni}$ , ya que el valor de la admitancia  $Y$  es despreciable para el cálculo de la regulación.

Al considerar la ubicación de un regulador de tensión en una barra de un sistema de distribución, se asume que este se encuentra situado al final del tramo de línea inmediatamente anterior a la barra de ubicación, es decir, aparece una barra ficticia antes de la barra de ubicación del regulador.

Para la deducción de las ecuaciones utilizadas para la incorporación del regulador de tensión en el algoritmo para el cálculo del flujo de carga, se considera la ubicación de un regulador de tensión en la barra  $j$  del sistema de distribución mostrado en la Figura 4.25.

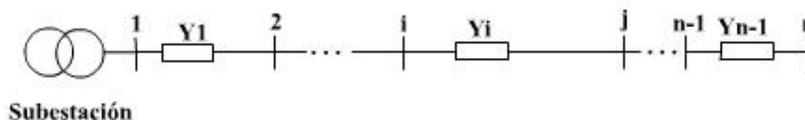


Figura 4.25. Sistema de distribución sin regulador de tensión

Donde  $Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_{n-1}$  corresponden a las admitancias de las líneas.

Insertando el regulador de tensión al final de la línea inmediatamente anterior a la barra  $j$ , el sistema de distribución puede ser representado como se muestra en la Figura 4.26.

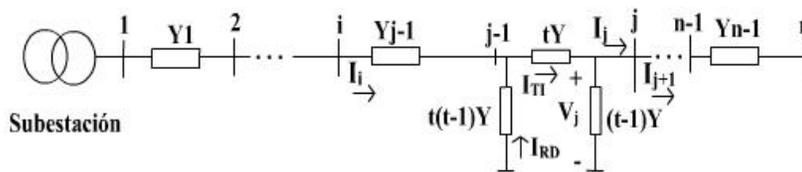


Figura 4.26. Sistema de distribución con regulador de tensión

En la figura anterior, la corriente  $I_i$  expresada en función de la corriente en el nodo  $j$ , se puede escribir de la siguiente manera:

$$I_i = t * I_j \tag{4.26}$$

Para el cálculo del voltaje en el nodo  $j$ , partiendo del voltaje en el nodo  $i$  se deben realizar los pasos que se ilustran a continuación:

- Cálculo del voltaje en el nodo ficticio  $j-1$ :

$$V_{j-1} = V_i - \frac{I_i}{Y_{j-1}} \tag{4.27}$$

- Cálculo del voltaje en el nodo  $j$ :

$$V_j = t * V_{j-1} - \frac{I_j}{Y} \tag{4.28}$$

Después de obtener los voltajes  $V_{j-1}$  y  $V_j$ , se pueden encontrar los valores de las pérdidas en las ramas en derivación (shunt) y serie del regulador, utilizando las siguientes expresiones:

- Pérdidas en la rama shunt (izquierda):

$$S_{\text{pérdidas}} = \left\| V_{j-1} \right\|^2 * (t^2 - t) * Y \tag{4.29}$$

- Pérdidas en la rama serie:

$$S_{\text{pérdidas}} = \left\| V_{j-1} - V_j \right\|^2 * (t^2 - t) * Y \tag{4.30}$$

- Pérdidas en la rama shunt (derecha):

$$S_{\text{pérdidas}} = \left\| V_j \right\|^2 * (t - 1) * Y \tag{4.31}$$

#### 4.4.5. Aplicación del AGCB al problema

Para la ubicación de reguladores de tensión se requiere determinar las barras (de envío) y la posición del tap para cada nivel discretizado de la curva de duración de carga.

Para una mejor comprensión de la codificación utilizada se utiliza el siguiente ejemplo. Supóngase un sistema de distribución de 20 barras (n=20) sobre el cual se desea analizar la mejor configuración posible para instalar 6 posibles reguladores de tensión de diferentes características. Todos los tipos permiten una regulación de ±10% en 32 pasos (16 hacia arriba y 16 hacia abajo). De las n barras existentes, sólo es posible instalar reguladores en las n-1 barras de envío (ver Figura 4.26).

Con estas especificaciones, la codificación del sistema puede ser descrito como se muestra a continuación.

Barras	1	9	3	5	19	15
Instalar	0	1	1	0	0	1
Posición del tap	15	23	12	12	8	3
Tipo	4	3	5	2	1	6

Figura 4.27. Codificación de una alternativa de solución

En la Figura 4.27, la primera fila ilustra el número de la barra donde será instalado un regulador. Esta fila es conformada por 6 números aleatorios, no repetidos (un regulador por barra), entre 1 y n-1. La segunda fila corresponde a un vector binario, formado aleatoriamente, que determina la instalación (1) o no (0) del regulador en cada barra seleccionada en la fila anterior. La tercera fila determina la posición del tap del regulador que está siendo ubicado. Este vector es generado aleatoriamente con números entre 1 y 32 y pueden repetirse en diferentes posiciones. La última fila es un vector formado por una permutación aleatoria de números entre 1 y 6. Cada número indica uno de los 6 reguladores disponibles para ser instalados.

El número de columnas del arreglo está determinado por la cantidad de reguladores disponibles para ser instalados (seis en este caso).

Para aplicar el operador de recombinación, se utiliza PMX con base en la primera fila del arreglo de la Figura 4.27. Sin embargo la recombinación es realizada sobre las cuatro filas siguiendo el orden dado por dicha fila a través del algoritmo PMX.

Para aplicar el operador de mutación se genera un número entero aleatorio entre 1 y 4. El resultado determina la fila del arreglo sobre la cual actúa la mutación. Así se generan cuatro posibilidades:

- Si aleatorio=1, se cambia aleatoriamente un elemento de la primera fila, teniendo en cuenta que no deben quedar barras repetidas.
- Si aleatorio=2, se modifica aleatoriamente el estado de uno de los reguladores. Es decir, se escoge aleatoriamente uno de los elementos de la segunda fila y si es 0 pasa a 1, o si es 1 pasa a 0.
- Si aleatorio=3, se cambia la posición de un tap aleatorio de la tercera fila, subiendo o bajando (decisión también aleatoria) sólo una posición del tap.
- Si aleatorio=4, se intercambian dos posiciones aleatorias de la última fila.

4.4.6. Caso de prueba

A continuación se presentan resultados de la instalación de reguladores de tensión para el sistema IEEE de 33 nodos (Anexo 3).

El ejercicio se resolvió bajo el supuesto de que la red de distribución se encuentra bajo condiciones balanceadas, lo que permite entonces tener una representación monofásica. El modelo de carga utilizado para este caso es el de potencia constante.

La curva de carga utilizada se muestra en la Figura 4.28. Para el caso de prueba evaluado se tomaron los parámetros descritos en la Tabla 4.21. Este sistema de prueba, inicialmente, no tiene ningún regulador instalado.

Tabla 4.21. Costos asumidos

Costo de la Energía	100 \$/kW-h
Costo de la Potencia Pico	0 \$/kW

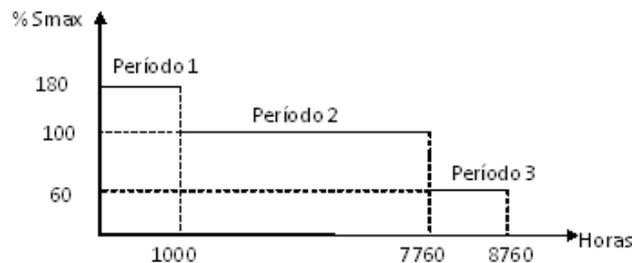


Figura 4.28. Curva de duración de carga

Los parámetros de la red aparecen en la Tabla 4.22.

Tabla 4.22. Parámetros de la Red (voltaje nominal: 12.660 V)

Línea	Nodo envío	Nodo recibo	Parámetros (Ohmios)		Potencias nodales	
			Resistencia	Reactancia	P (kW)	Q (kVAr)
1	1	2	0.0922	0.0477	100	60
2	2	3	0.4930	0.2511	90	40
3	3	4	0.3660	0.1864	120	80
4	4	5	0.3811	0.1941	60	30
5	5	6	0.8190	0.7070	60	20
6	6	7	0.1872	0.6188	200	100
7	7	8	1.7114	1.2351	200	100
8	8	9	1.0300	0.7400	60	20
9	9	10	1.0400	0.7400	60	20
10	10	11	0.1966	0.0650	45	30
11	11	12	0.3744	0.1238	60	35
12	12	13	1.4680	1.1550	60	35
13	13	14	0.5416	0.7129	120	80
14	14	15	0.5910	0.5260	60	10
15	15	16	0.7463	0.4500	60	20
16	16	17	1.2890	1.7210	60	20
17	17	18	0.7320	0.5740	90	40
18	2	19	0.1640	0.1565	90	40
19	19	20	1.5042	1.3554	90	40
20	20	21	0.4095	0.4784	90	40
21	21	22	0.7089	0.9373	90	40
22	3	23	0.4512	0.3083	90	50
23	23	24	0.8980	0.7091	420	200
24	24	25	0.8960	0.7011	420	200
25	6	26	0.2030	0.1034	60	25
26	26	27	0.2842	0.1447	60	25
27	27	28	1.0590	0.9337	60	20
28	28	29	0.8042	0.7006	120	70
29	29	30	0.5075	0.2585	200	600
30	30	31	0.9744	0.9630	150	70
31	31	32	0.3105	0.3619	210	100
32	32	33	0.3410	0.5302	60	40

Una ilustración de la topología de la red se presenta en el Anexo 3. El conjunto de reguladores de tensión considerados para instalar en el sistema, con sus respectivos parámetros se encuentran en la Tabla 4.23.

Tabla 4.23. Reguladores a instalar en la Red

Tensión Nominal (V)	Potencia Nominal (kVA)	R(p.u.)	X(p.u.)	Costo Anualizado del Regulador de Tensión (\$)
13800	72	0	0.0005	2.537.771
13800	144	0	0.0005	4.441.100
13800	288	0	0.0005	6.090.651
13800	333	0	0.001	8.120.869
13800	416	0	0.001	9.516.643
13800	432	0	0.001	9.516.643
13800	500	0	0.001	9.897.309
13800	576	0	0.001	10.785.529
13800	667	0	0.001	11.039.306
13800	720	0	0.001	11.419.972
13800	833	0	0.001	12.054.414

Las condiciones del sistema, magnitud de voltaje en las barras del sistema, sin instalación de reguladores se presentan en la Tabla 4.24.

Las Figuras 4.29, 4.30 y 4.31 muestran los perfiles de tensión para los niveles máximo (1), medio (2) y mínimo (3) de la curva de carga, respectivamente. En estas gráficas la línea punteada describe los voltajes antes de ubicar los reguladores, y la línea continua el voltaje después de instalarlos.



Figura 4.29. Perfil de tensión para el nivel de carga máxima



Figura 4.30. Perfil de tensión para el nivel de carga media

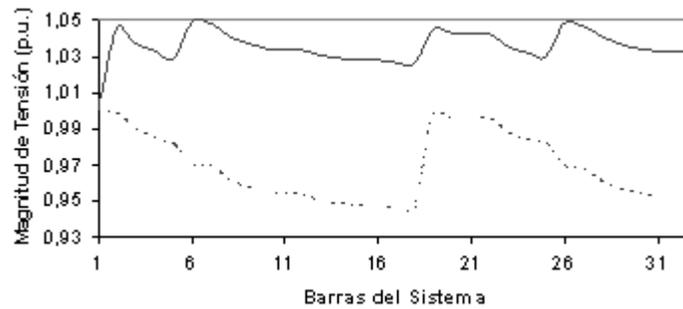


Figura 4.31. Perfil de tensión para el nivel de carga mínima

Tabla 4.24. Perfiles de tensión iniciales

Barra	Período 1 de la Curva de Carga (V en pu)	Período 2 de la Curva de Carga (V en pu)	Período 3 de la Curva de Carga (V en pu)
1	1	1	1
2	0,9943	0,997	0,9982
3	0,9671	0,9828	0,99
4	0,9524	0,9753	0,9856
5	0,9379	0,9679	0,9813
6	0,902	0,9495	0,9706
7	0,8988	0,9478	0,9697
8	0,8717	0,9341	0,9617
9	0,8591	0,9277	0,9581
10	0,8474	0,9218	0,9546
11	0,8456	0,9209	0,9541
12	0,8424	0,9193	0,9532
13	0,8303	0,9132	0,9497
14	0,8268	0,9115	0,9487
15	0,824	0,9101	0,9479
16	0,8212	0,9087	0,9471
17	0,818	0,9071	0,9461
18	0,8168	0,9065	0,9458
19	0,9934	0,9965	0,9979
20	0,987	0,993	0,9958
21	0,986	0,9924	0,9955
22	0,9851	0,9919	0,9952
23	0,9603	0,9792	0,9878
24	0,9482	0,9726	0,9839
25	0,9421	0,9693	0,982
26	0,8982	0,9476	0,9695
27	0,8932	0,945	0,968
28	0,8712	0,9337	0,9615
29	0,8552	0,9256	0,9568
30	0,8482	0,922	0,9547
31	0,8414	0,9186	0,9527
32	0,84	0,9178	0,9523
33	0,8396	0,9177	0,9522

En la tabla anterior las barras que se encuentran resaltadas son aquellas que presentan una violación en los límites de tensión preestablecidos. Para este caso se tomó como límite inferior de voltaje 0.95 pu y límite superior 1.05 pu.

En la Tabla 4.25 se muestran las pérdidas de energía para cada período de la curva de carga utilizada.

Tabla 4.25. Pérdidas de Energía

Período	Pérdidas de Energía (kW-h)
1	791088,4119
2	1421195,796
3	71141,0777

El costo inicial de las pérdidas de energía sin reguladores es \$228.342.528,56. La ejecución del algoritmo de optimización arrojó el siguiente resultado:

Tabla 4.26. Ubicación del Regulador

Nodo	Capacidad nominal (kVA)	Posición del Tap	Período de la curva de carga
2	1000	+ 10	1
		+ 9	2
		+ 8	3
6	576	+ 15	1
		+ 7	2
		+ 5	3

Los perfiles de tensión correspondientes a la propuesta de ubicación del regulador de tensión aparecen en la siguiente tabla.

Tabla 4.27. Perfiles de tensión finales

Barra	Período 1 de la Curva de Carga (V en pu)	Período 2 de la Curva de Carga (V en pu)	Período 3 de la Curva de Carga (V en pu)	Barra	Período 1 de la Curva de Carga (V en pu)	Período 2 de la Curva de Carga (V en pu)	Período 3 de la Curva de Carga (V en pu)
1	1	1	1	18	0,9761	1,0062	1,0266
2	1,0477	1,0485	1,0454	19	1,0468	1,048	1,0451
3	1,0223	1,035	1,0375	20	1,0408	1,0446	1,0431
4	1,0088	1,0279	1,0334	21	1,0398	1,0441	1,0428
5	0,9953	1,0209	1,0293	22	1,0389	1,0436	1,0425
6	1,0478	1,045	1,0495	23	1,0159	1,0316	1,0355
7	1,045	1,0435	1,0486	24	1,0045	1,0253	1,0318
8	1,0222	1,0311	1,0413	25	0,9988	1,0222	1,0299
9	1,0116	1,0253	1,0379	26	1,0446	1,0432	1,0485
10	1,0018	1,02	1,0348	27	1,0403	1,0409	1,0471
11	1,0002	1,0192	1,0343	28	1,0217	1,0308	1,0411
12	0,9975	1,0177	1,0334	29	1,0082	1,0234	1,0367
13	0,9874	1,0123	1,0302	30	1,0023	1,0202	1,0348
14	0,9845	1,0107	1,0293	31	0,9965	1,017	1,033
15	0,9821	1,0094	1,0285	32	0,9953	1,0164	1,0326
16	0,9798	1,0082	1,0278	33	0,995	1,0162	1,0325
17	0,9772	1,0067	1,0269	----	----	----	----

Al comparar los perfiles de tensión finales, después de insertar los reguladores, con los perfiles de tensión iniciales, se observa claramente que con la colocación de los reguladores no se presentan violaciones en los límites de tensión ( $V_{\min}=0.95$  y  $V_{\max}=1.05$ ) durante todo el período de estudio (8760 horas). Una comparación de pérdidas finales e iniciales y la respectiva mejora en pérdidas se encuentran en la tabla a continuación.

Tabla 4.28. Comparación pérdidas de energía

Período	Pérdidas de energía finales (kW-h)	Pérdidas de energía iniciales (kW-h)	Reducción de Pérdidas (%)
1	653.945,6	791.088,4	17,3
2	124.6646	1.421.195,8	12,3
3	63.767,4	71.141,1	10,4

El costo inicial de la red, el cual incluye el costo de las pérdidas iniciales más el costo inicial del perfil de voltajes, sin instalar reguladores de tensión es \$403.916.691,8, donde el costo de las pérdidas iniciales es \$228.342.528,56 y el costo asociado a la penalización por un perfil de tensión deficiente o costo inicial del perfil de voltajes es \$175.574.163,24. Se puede notar que este último costo es muy alto debido a los deficientes perfiles de tensión en cada nivel de carga registrados en las Figuras 4.29, 4.30 y 4.31 en línea punteada. Este costo se calcula como  $F_{\text{penalización}} * (\$/V)$ , asumiendo  $F_{\text{penalización}}=100.000$ .

El costo de la red después de la instalación de los reguladores es \$232.897.406.9. Este costo comprende el costo de las pérdidas finales (\$196.495.839,44) y el costo por perfil de voltajes (\$2.830.015,463). Se debe notar que este último costo es bastante bajo debido a que los reguladores mejoran ostensiblemente el perfil de tensión y por lo tanto la penalización por este concepto disminuye drásticamente. La inversión realizada en el sistema por concepto de ubicación de reguladores es \$33.631.492. Por lo tanto el porcentaje de reducción en el costo total es del 42%. Para este caso se considera que la franja de voltajes nodales que definen un adecuado perfil de tensión es aquella comprendida entre 0.95 y 1.05 pu.

Esta reducción en las pérdidas del sistema al instalar el regulador de tensión, se debe exclusivamente al mejoramiento del perfil de tensión en la red y modelo de carga utilizado, en este caso potencia constante (como es el caso de alimentadores de los sistemas de distribución donde proliferan las cargas industriales).

Es necesario realizar pruebas con sistemas en los cuales se puedan mezclar modelos de cargas de impedancia constante, corriente constante y potencia constante, y así verificar el comportamiento de la metodología. Es evidente que la estrategia de elevar las tensiones en las barras no resulte tan conveniente en sistemas donde abundan las cargas modeladas como impedancia constantes (alimentadores que suministran energía eléctrica a cargas netamente residenciales).

#### 4.5. REPOTENCIACIÓN DE CONDUCTORES

La metodología empleada para solucionar el problema de la repotenciación de conductores en sistemas primarios de distribución (nivel de tensión II), se emplea la misma metodología planteada en el numeral 3.4. Las consideraciones a tener en cuenta en este nivel de tensión se presentan a continuación:

- Las pérdidas de potencia (para el caso monofásico) son calculadas según la ecuación (4.32).

$$PL_{jta} = I_{jat}^2 R_{ja} \quad (4.32)$$

- Para el cálculo de las pérdidas en el caso monofásico es necesario conocer la corriente y la resistencia de la línea.

##### 4.5.1. Caso de prueba

La aplicación del método es ilustrada con el sistema descrito en el Anexo A3.3. Los datos de este sistema son presentados en la Tabla 4.29. Fue usado un sistema monofásico, suponiendo que la red es balanceada. La subestación del sistema es la barra 0, con tensión nominal 13.8 kV. Fue usada la curva de carga mostrada en la Figura 3.9 y se utilizaron los mismos datos del caso de prueba empleado en el numeral 3.2.

Tabla 4.29. Sistema de 20 líneas

Envío	Recibo	Tipo de conductor inicial	Longitud [km]	P <sub>recibo</sub> [kW]	Q <sub>recibo</sub> [kVAr]
0	1	2	0.28	147	118
1	2	2	0.32	147	103
2	3	2	0.37	290	182
3	4	2	0.28	206	154
4	5	2	0.06	154	120
5	6	2	0.23	147	118
6	7	2	0.19	149	112
7	8	2	0.14	221	162
8	9	2	0.28	279	206
9	10	2	0.28	164	126
10	11	2	0.37	144	117
11	12	2	0.56	147	110
12	13	1	0.13	132	98
13	14	1	0.35	118	88
14	15	1	0.37	147	110
15	16	1	0.09	191	143
16	17	1	0.12	74	54
17	18	1	0.06	194	76
18	19	1	0.18	147	110
19	20	1	0.21	196	132

En las Tablas 4.30 y 4.31 se muestra el estado del sistema para varias configuraciones. Las configuraciones corresponden a los siguientes casos:

- Estado inicial del sistema.
- Conductores económicos encontrados con el método heurístico sin incluir la restricción de tensión.
- Conductores económicos encontrados con el método heurístico incluyendo la restricción de tensión

- D. Conductores económicos encontrados con el algoritmo genético incluyendo la restricción de tensión.
- E. Conductores económicos encontrados con el algoritmo genético incluyendo la restricción de tensión y la restricción de monotonía de los conductores.

El ahorro conseguido con la repotenciación es \$23 millones con una inversión de \$46 millones; ese ahorro es la diferencia del costo total del sistema para las configuraciones A y B mostradas en la Tabla 4.31. La configuración B fue encontrada usando el método heurístico basado en el criterio de selección de conductores con costo total mínimo.

Tabla 4.30. Estado del sistema de 20 líneas para varias configuraciones

SP20	A	B	C	D	E
pérdidas máx. [kW]	175.75	135.32	116.74	115.26	115.51
inversión [\$x10 <sup>6</sup> ]	0	46.250	100.120	102.200	107.110
costo total [\$x10 <sup>6</sup> ]	300.252	277.440	299.567	299.119	304.461
tensión mínima [pu]	0.9341	0.9425	0.9501	0.9500	0.9500

Tabla 4.31. Tipos de conductor finales para el sistema de 20 líneas

línea	A	B	C	D	E
1	2	4	4	4	4
2	2	4	4	4	4
3	2	4	4	4	4
4	2	4	4	4	4
5	2	2	4	4	4
6	2	2	4	4	4
7	2	2	4	4	4
8	2	2	4	4	4
9	2	2	2	4	2
10	2	2	2	2	2
11	2	2	2	2	2
12	2	2	2	2	2
13	1	1	3	4	1
14	1	1	4	4	1
15	1	1	4	1	1
16	1	1	1	4	1
17	1	1	1	1	1
18	1	1	1	2	1
19	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1

El estado inicial del sistema no presenta problemas de capacidad de corriente en las líneas, pero la tensión mínima que aparece en la barra 21 está por debajo del valor mínimo permitido. La configuración B mejora el perfil de tensión, aunque todavía se encuentra por debajo del límite.

Haciendo un análisis de los flujos de caja de los proyectos asociados a las configuraciones A y B se puede calcular la tasa interna de retorno de la ejecución del proyecto (propuesta de la configuración B). En la Figura 4.32 se muestran los flujos de caja para los proyectos A, B y la diferencia entre ambos.

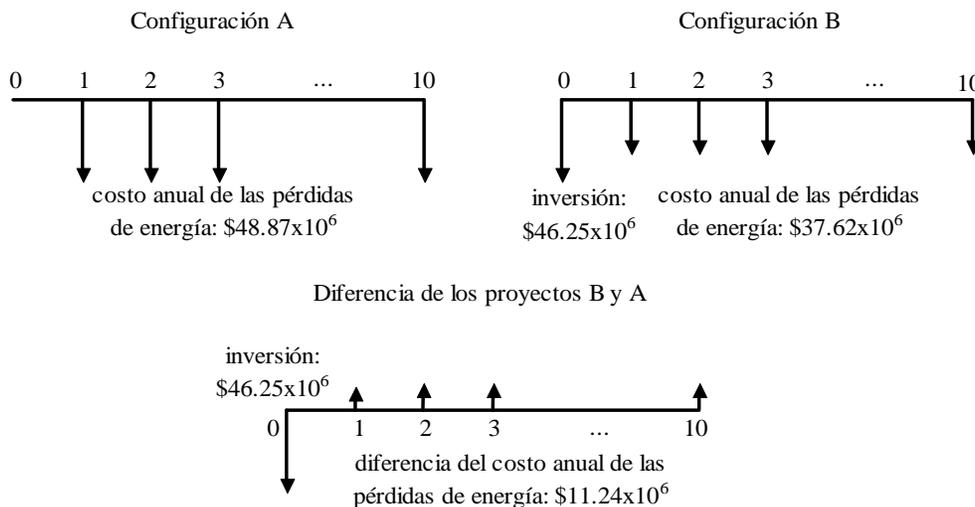


Figura 4.32. Flujos de caja de los proyectos

La tasa interna de retorno del proyecto para la variable TIR está dada por la siguiente ecuación:

$$46.25 - 11.24 \times \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{1 + TIR^k} = 0 \tag{4.33}$$

Resolviendo la ecuación anterior se encuentra que la tasa interna de retorno para el proyecto es 20.55%.

Usando el índice de sensibilidad se encuentra la configuración C en la que no hay problema en la tensión y la disminución del costo total es prácticamente cero. Aplicando el algoritmo genético se consigue una solución un poco mejor (D). Ambas soluciones (C y D) no presentan monotonía de los conductores; por ejemplo la línea 13 tiene un conductor mayor que la línea 12, que está aguas arriba.

La configuración E fue encontrada con el algoritmo genético penalizando la función objetivo para garantizar la monotonía de los conductores. Esta solución presenta el mayor costo, con más de 4 millones de pesos por encima del costo inicial, pero soluciona los problemas de tensión (de 0.9341 pu a 0.9500 pu) disminuyendo las pérdidas en el nivel máximo (de 75.75 kW a 115.51 kW) y aumentando la cargabilidad de las líneas. Estos beneficios son obtenidos con una inversión de 107 millones de pesos. Debe considerarse que el sistema del ejemplo tiene una tensión bastante baja, por lo que la inversión aumentó casi al doble respecto al punto de operación con costo mínimo. Fue comprobado que las soluciones encontradas con el algoritmo genético (D y E) son las soluciones óptimas del sistema en cada caso, lo que confirma el buen desempeño de la aplicación de esa técnica de optimización.

---

#### 4.6. BIBLIOGRAFÍA

- [4.1]. <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>
- [4.2]. A. Merlin and G. Back, "Search for minimum-loss operational spanning tree configuration for an urban power distribution system," in Proc. Fifth Power System Conf. (PSCC), Cambridge, U.K., 1975, pp. 1–18.
- [4.3]. Gallego, R.A y Romero, R.A, (2002). "Optimización de Sistemas Eléctricos". Texto Guía, Maestría en Ingeniería Eléctrica. Universidad Tecnológica de Pereira.
- [4.4]. D. Shirmohammadi and H.W. Hong, "Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction," IEEE Trans. Power Del., vol. 4, en el. 2, pp. 1492–1498, Apr. 1989.
- [4.5]. F. Gomes, S. Carneiro, J. L. R. Pereira, M. Vinagre, P. Garcia, and L. Araujo, "A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems," IEEE Trans. Power Syst., vol. 20, en el. 3, pp. 1373–1378, Aug. 2005.
- [4.6]. F. Gomes, S. Carneiro, J. L. R. Pereira, M. Vinagre, P. Garcia, and L. Araujo, "A new distribution system reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction," IEEE Trans. Power Syst., vol. 21, en el. 4, pp. 1616–1623, Nov. 2006.
- [4.7]. G. Raju, P.R. Bijwe, "An Efficient Algorithm for Minimum Loss Reconfiguration of Distribution System Based on Sensitivity and Heuristics" IEEE Trans. Power Syst., vol.23, en el.3, pp.1280-1287, Aug. 2008.
- [4.8]. S. Civanlar, J. Grainger, H. Yin, and S. Lee, "Distribution feeder reconfiguration for loss reduction," IEEE Trans. Power Del., vol. 3, en el. 3, pp. 1217–1223, Jul. 1988.
- [4.9]. M. E. Baran and F. Wu, "Network reconfiguration in distribution system for loss reduction and load balancing," IEEE Trans. Power Del., vol. 4, en el. 2, pp. 1401–1407, Apr. 1989.
- [4.10]. S. Goswami and S. Basu, "A new for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization," IEEE Trans. Power Del., vol. 7, en el. 3, pp. 1484–1491, Jul. 1992.
- [4.11]. D. Zhang, Z. Fu, and L. Zhang, "An improved TS algorithm for loss minimum reconfiguration in large-scale distribution systems," Elect. Power Syst., vol. 77, no5-6, pp. 685-694, 2007.
- [4.12]. Young-Jae Jeon; Jae-Chul Kim; Jin-EL Kim; Joong-Rin Shin; Lee, K.Y., "An efficient simulated annealing algorithm for network reconfiguration in large-scale distribution systems," IEEE Trans. Power Del., vol.17, en el.4, pp. 1070-1078, Oct 2002.
- [4.13]. E. M. Carreno; R. Romero; A. Padilha-Feltrin, "An Efficient Codification to Solve Distribution Network Reconfiguration for Loss Reduction Problem," IEEE Trans. Power Syst., vol.23, en el.4, pp.1542-1551, Nov. 2008.
- [4.14]. M. Goldberg and H. Luna, Optimización Combinatoria y Programación Linear, Editora Campus, 2000
- [4.15]. J. P. Chiou, C. F. Chang, and C. T. Su, "Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems," IEEE Trans. Power Syst., vol. 20, en el. 2, pp. 668–674, May 2005.
- [4.16]. Gustavo Brunello, Bogdan Kasztenny, Craig Wester "Shunt Capacitor Bank Fundamentals and Protection", 2003 Conference for Protective Relay Engineers - Texas A&M University. April 8-10, 2003, College Station (TX).
- [4.17]. Estrada Soria, G.; Tovar Hernandez, J.H.; Gutierrez Alcaraz, G.; "Methodology for Capacitor Placement in Distribution Systems using Linear Sensitivity Factors", Latin America Transactions, IEEE (Revista IEEE America Latina), Volume: 3 Issue:2. 2006.
- [4.18]. Cheng C.S. and Shirmohammadi D. "A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis", IEEE Transactions on Power Systems Vol. 10 No.2, pp. 671-679. 1995
- [4.19]. Miguel A. Leiva. "Localización óptima de Condensadores en un Sistema de Distribución Eléctrico Vía Algoritmos Genéticos". Memoria para optar al Título de Ingeniería Civil de industrias con Diplomado en Ingeniería Eléctrica. Pontificia Universidad Católica de Chile. Departamento de Ingeniería Eléctrica. Santiago de Chile. pp 193. 2001.

---

## 5. DATOS DE ENTRADA REQUERIDOS POR LAS METODOLOGÍAS

### 5.1. NIVEL DE TENSIÓN I

#### 5.1.1. Balance de fases

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son:

- Costos:
  - Energía (\$/kW-h).
  - Potencia pico (\$/kW).
- Tramos de red:
  - Longitud.
  - Configuración de las fases.
  - Tipos de conductores.
  - Resistencia y reactancia (Ohm/Km).
  - Distancia entre las fases.
  - Capacidad nominal de corriente de los conductores.
- Demanda:
  - Potencia activa.
  - Potencia reactiva.
  - Conexión (Y o  $\Delta$ ).
  - Tipo de carga (Z, P, I).
- Período de estudio.
- Curva de duración de carga real, Curva de duración de carga similar, demanda máxima, factor de pérdidas.
- Límites permitidos de voltaje.
- Voltaje nominal del sistema.

#### 5.1.2. Repotenciación de conductores

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son:

- Costos:
    - Energía (\$/kW-h).
    - Potencia pico (\$/kW).
    - Instalación de un tramo de red.
    - Instalación y construcción de tramo de red (\$/Km).
  - Tasas:
    - Crecimiento de la carga.
    - Crecimiento del costo de la energía.
    - De descuento.
  - Tramos de red:
    - Longitud.
    - Tipos de conductores.
    - Resistencia y reactancia (Ohm/Km).
    - Capacidad nominal de corriente de los conductores.
  - Período de estudio.
  - Demanda:
    - Potencia activa.
    - Potencia reactiva.
  - Límites permitidos de voltaje.
  - Voltaje nominal del sistema.
-

---

### 5.1.3. Esquema combinado de movimiento óptimo de taps e inyección óptima de reactivos

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son:

- Costos:
  - Instalación de inyección capacitiva.
  - Instalación de inyección inductiva.
  - Potencia pico (\$/kW).
  - Movimiento de taps en transformadores de distribución.
- Tramos de red:
  - Longitud.
  - Tipos de conductores.
  - Resistencia y reactancia (Ohm/Km).
  - Capacidad nominal de corriente de los conductores.
- Demanda:
  - Potencia activa.
  - Potencia reactiva.
- Límites permitidos de voltaje.
- Capacidad nominal del transformador (potencia activa y reactiva).
- Taps:
  - Número.
  - Paso en por ciento.
  - Posición actual.
- Voltaje nominal del sistema.

## 5.2. NIVEL DE TENSION II

### 5.2.1. Balance de fases

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son los mismos datos descritos en el numeral 5.1.1.

### 5.2.2. Reconfiguración

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son:

- Costos:
    - Energía (\$/kW-h).
    - Potencia pico (\$/kW).
    - Instalación y construcción de tramo de red (\$/Km).
  - Tasas:
    - Crecimiento de la carga.
    - Crecimiento del costo de la energía.
    - De descuento.
  - Tramos de red:
    - Longitud.
    - Tipos de conductores.
    - Resistencia y reactancia (Ohm/Km).
    - Capacidad nominal de corriente de los conductores.
  - Período de estudio.
  - Demanda:
    - Potencia activa.
    - Potencia reactiva.
-

- Límites permitidos de voltaje.
- Voltaje nominal del sistema.

#### 5.2.3. Instalación de capacitores

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son:

- Costos:
  - Energía (\$/kW-h).
  - Potencia pico (\$/kW).
  - Instalación de bancos de condensadores.
- Tramos de red:
  - Longitud.
  - Tipos de conductores.
  - Resistencia y reactancia (Ohm/Km).
  - Capacidad nominal de corriente de los conductores.
- Demanda:
  - Potencia activa.
  - Potencia reactiva.
- Curva de duración de carga.
- Límites permitidos de voltaje.
- Capacidad máxima de potencia:
  - Líneas.
  - Condensadores.
- Voltaje nominal del sistema.
- Máxima inversión disponible del proyecto.

#### 5.2.4. Reguladores de tensión

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son:

- Costos:
  - Energía (\$/kW-h).
  - Potencia pico (\$/kW).
  - Instalación de reguladores de tensión.
- Tramos de red:
  - Longitud.
  - Tipos de conductores.
  - Resistencia y reactancia (Ohm/Km).
  - Capacidad nominal de corriente de los conductores.
- Demanda:
  - Potencia activa.
  - Potencia reactiva.
- Curva de duración de carga.
- Límites permitidos de voltaje.
- Capacidad máxima de potencia:
  - Líneas.
  - Reguladores.
- Número máximo de reguladores.
- Voltaje nominal del sistema.

#### 5.2.5. Repotenciación de conductores

Los datos de entrada requeridos para aplicar esta metodología son los mismos datos descritos en el numeral 5.1.2.

### 5.3. CUADRO COMPARATIVO

En la Tabla 5.1 se presenta un cuadro comparativo que ilustra los datos de entrada requeridos por cada metodología propuesta.

Tabla 5.1. Cuadro comparativo de los datos de entrada (Parte 1)

DATOS DE ENTRADA	NIVEL DE TENSION I			NIVEL DE TENSION II				
	Balance de fases	Repotenciación de conductores	Esquema combinado de movimiento óptimo de taps e inyección óptima de reactivos	Balance de fases	Reconfiguración	Instalación de capacitores	Reguladores de tensión	Repotenciación de conductores
Costos	Energía	X			X	X	X	X
	Potencia pico	X	X		X	X	X	X
	Instalación y construcción de tramo de red (\$/Km)		X					X
	Instalación de bancos de reactores			X				
	Instalación de bancos de capacitores			X		X		
	Instalación de reguladores de tensión						X	
	Movimiento de taps en transformadores de distribución			X				
	Crecimiento de la carga		X					X
	Crecimiento del costo de la energía		X					X
	De descuento		X					X
Tramos de red	Longitud	X	X		X	X	X	X
	Resistencia/Longitud	X	X		X	X	X	X
	Reactancia/Longitud	X	X		X	X	X	X
	Distancia entre las fases	X						
	Corriente nominal de los conductores	X	X		X	X	X	X
	Tipos de conductores	X	X		X	X	X	X
	Configuración de las fases	X			X			
	Potencia activa	X	X		X	X	X	X
	Potencia reactiva	X	X		X	X	X	X
	Conexión (Y o Δ)	X			X			
Demanda nodal	Tipo de carga (Z, P, I)	X			X			
	Curva de duración de carga real	X			X		X	
	Curva de duración de carga típica	X			X			
Demanda en el transformador <sup>1</sup>	Demanda máxima	X			X			
	Factor de carga	X			X			
	Factor de potencia	X			X			
	Máximo permitido	X	X		X	X	X	X
		X	X		X	X	X	X
	Nominal	X	X		X	X	X	X

Tabla 5.1. Cuadro comparativo de los datos de entrada (Parte 2)

Voltaje	Mínimo permitido	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Máximo permitido	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Nominal	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Capacidad máxima de potencia	Conductores												
	Transformadores					X							
	Condensadores												
	Reguladores									X			
Taps	Número							X					
	Paso en por ciento							X					
	Posición actual							X					
Número máximo de reguladores	Período de estudio		X					X			X		X
	Máxima inversión disponible											X	

NOTA:

1. No es necesario contar con todos los datos para el transformador, pues a partir de unos valores se puede llegar a los otros.
2. Para sistemas de niveles de tensión I es necesario contar con datos trifásicos (red desbalanceada).
3. Para sistemas de niveles de tensión II es necesario contar con datos monofásicos (red balanceada). Sin embargo para aplicar balance de fases en este nivel de tensión se requieren datos trifásicos (red desbalanceada).

## 6. CASOS DE PRUEBA CON PARÁMETROS UNIFICADOS

En este capítulo se presentan los resultados después de aplicar la metodología propuesta a los sistemas de prueba presentados en los capítulos 3 y 4, pero con parámetros unificados (en las estrategias donde son pertinentes). Los datos comunes en las estrategias planteadas se presentan en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1. Datos de entrada

Tasa de retorno	13.9 %
Vida útil de redes	30 años
Vida útil de transformadores	20 años
Costo del kW-h	\$ 150
Costo de la potencia pico	\$ 5000
Movimiento de taps permitido	± 5

La curva de duración de carga utilizada en todos los casos se muestra en la Tabla 6.2. Esta curva es discretizada en tres niveles de carga (alto, medio y bajo) y cubre un horizonte de un año.

Tabla 6.2. Curva de duración de carga

Nivel de carga	Alto	Medio	Bajo
Duración [h]	1000	6760	1000
Valor [%]	100	60	30

### 6.1. ESTRATEGIAS PROPUESTAS EN EL NIVEL DE TENSIÓN I

#### 6.1.1. Balance de fases

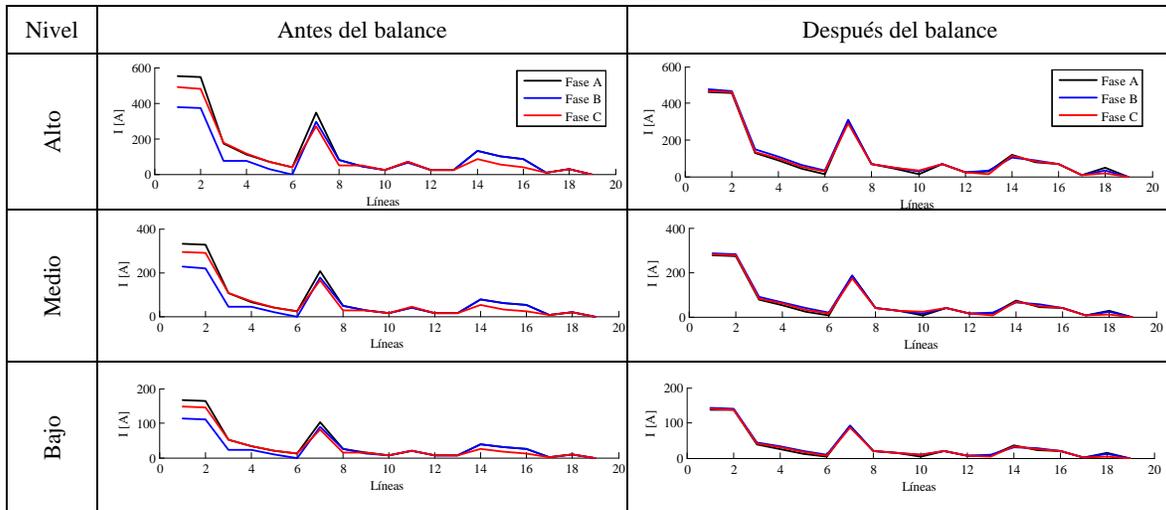
Las pruebas fueron realizadas sobre el sistema de 19 nodos (Anexo 3). Se asume que todas las cargas del sistema pueden ser reconectadas (cambiar de fase). La principal característica de este sistema es que posee diferentes tipos de carga por fase y por nodo (modelo ZIP). Todos los nodos tienen un porcentaje distinto de cargas modeladas como impedancia (Z), corriente (I) o potencia (PQ) constante. Así, se tienen 3 cargas por cada uno de los 18 nodos (el nodo slack no tiene carga conectada), lo cual genera 54 cargas que pueden ser reubicadas. El mejor plan de balance de fase encontrado por el AGCB es mostrado en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3. Mejor plan de balance encontrado para 1 año

Nodo	Tipo de carga	Nueva Conexión	Nodo	Tipo de carga	Nueva Conexión	Nodo	Tipo de carga	Nueva Conexión	Nodo	Tipo de carga	Nueva Conexión
1	PQ	CAB	6	PQ	BCA	11	PQ	BCA	16	PQ	BAC
	I	CAB		I	CBA		I	BAC		I	CAB
	Z	CBA		Z	BCA		Z	BCA		Z	CBA
2	PQ	BAC	7	PQ	---	12	PQ	ACB	17	PQ	CBA
	I	BAC		I	CAB		I	CAB		I	CBA
	Z	BCA		Z	ACB		Z	ACB		Z	CAB
3	PQ	BCA	8	PQ	BCA	13	PQ	---	18	PQ	BCA
	I	BAC		I	ACB		I	---		I	BAC
	Z	CBA		Z	BAC		Z	CBA		Z	CAB
4	PQ	BAC	9	PQ	ACB	14	PQ	CBA	---	---	---
	I	ACB		I	BAC		I	BAC		---	---
	Z	CAB		Z	BAC		Z	---		---	---
5	PQ	---	10	PQ	CBA	15	PQ	---	---	---	---
	I	ACB		I	CBA		I	CBA		---	---
	Z	BCA		Z	ACB		Z	ACB		---	---

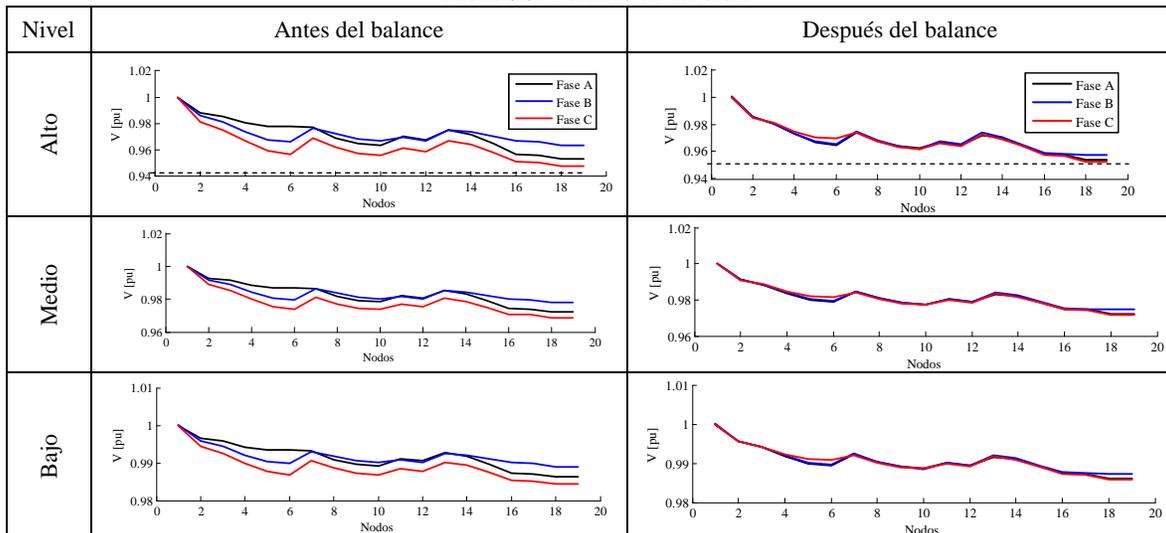
En la Tabla 6.4 se muestran los perfiles de corriente obtenidos antes y después de realizar el balance de fases, para cada nivel de la curva de duración.

Tabla 6.4. Perfiles de corriente de línea



En la Tabla 6.5 se muestran los perfiles de tensión obtenidos antes y después de realizar el balance de fases, para cada nivel de la curva de duración.

Tabla 6.5. Perfiles de tensión



La Tabla 6.6 presenta una discriminación por nivel de carga de las pérdidas de energía obtenidas antes y después de aplicar el plan de balance mostrado en la Tabla 6.3.

La función objetivo del caso base (antes del balance) es \$965.557. Después de aplicar el plan de balance la función objetivo es \$865.987, lo cual representa un 10.31% de recuperación de pérdidas.

Tabla 6.6. Reducción de pérdidas de energía en kW-h

Nivel de carga	Antes del balance	Después del balance	% de reducción
Alto	2.527,4	2.269,1	10,22
Medio	2.736,9	2.453,9	10,34
Bajo	1.088,5	974,6	10,46
Total	6.353	5.698	10,31

### 6.1.2. Repotenciación de conductores

Para ilustrar la aplicación de la metodología propuesta, se empleó un sistema de 18 líneas, el cual es descrito en el Anexo 3. Se utilizaron los siguientes datos adicionales:

- Tasa de crecimiento de la carga: 0%.
- Tensión mínima: 0.95 pu.

El costo de repotenciación de un kilómetro de línea usando el conductor de tipo 2 es de \$25 millones. La capacidad de corriente de los conductores de tipo 1 y 2 es de 245 A y 305 A, respectivamente. La mejor alternativa encontrada usando el AGCB es mostrada en la Tabla 6.7, donde se propone un cambio en los conductores se los segmentos de línea 0-1 y 1-6.

Tabla 6.7. Datos de los tramos de la red secundaria

Envío	Recibo	Longitud [m]	Tipo inicial de conductor	Tipo final de conductor
0	1	8	1	2
1	6	9	1	2
6	12	17	1	1
1	2	8	1	1
2	3	18	1	1
3	4	26	1	1
4	5	16	1	1
6	13	9	1	1
13	14	17	1	1
14	15	22	1	1
15	16	24	1	1
15	17	30	1	1
17	18	18	1	1
6	7	23	1	1
7	8	23	1	1
8	9	15	1	1
6	10	26	1	1
10	11	26	1	1

En la Tabla 6.8 se presentan las diferentes características de la alternativa encontrada.

Tabla 6.8. Configuración final para el sistema

Descripción	Estado inicial	Estado final
Pérdidas máximas [kW]	2.85	2.32
Potencia pico [kW]	90.605	90.071
Inversión [ $\$ \times 10^6$ ]	0	0.418
Costo total [ $\$ \times 10^6$ ]	10.667	9.133
Tensión mínima [pu]	0.9413	0.9506

6.1.3. Esquema combinado de movimiento óptimo de taps e inyección óptima de reactivos

El sistema utilizado es descrito en el Anexo 3. Para demostrar el efecto de este esquema sobre la reducción de pérdidas técnicas y el mejoramiento del perfil de tensión, se optó por un sistema con un perfil de tensión deficiente (fuera de los límites de regulación). La máxima inyección de potencia reactiva de la subestación a la red fue limitada a 20 pu. Debido a que la demanda de potencia reactiva total del sistema suma 23 pu, entonces el sistema requiere de inyección adicional de reactivos.

Para el caso base, es decir, sin inyección de reactivos, sin considerar movimiento de taps (tap en la posición nominal,  $T=1$ ) y sin considerar límites en la tensión o límites en la generación de potencia reactiva, las pérdidas del sistema son:

Tabla 6.9. Pérdidas para el caso base (antes de aplicar la estrategia)

Pérdidas totales en pu	
Activas	1.987
Reactivas	1.33133

Resolviendo el modelo matemático descrito en (3.13), utilizando una estrategia basada en gradiente (solver CONOPT a través de la interfase GAMS) y asumiendo todas las variables continuas, un modelamiento monofásico de la red y una optimización para un punto de la curva de carga, se obtuvo el resultado mostrado en la Tabla 6.10.

Tabla 6.10. Características de la solución óptima encontrada

Pérdidas de potencia activa [pu]	Pérdidas de potencia reactiva [pu]	Nueva posición de taps $T_{i-j}$	Inyección de reactivos en el nodo $Y1_n$ [pu]	Reducción de pérdidas activas	Reducción de pérdidas reactivas
1.696	1.1294	$T_{6-7}=0.95$ $T_{3-23}=0.976$ $T_{6-26}=0.95$	$Y1_{13}=2.0;$ $Y1_{20}=0.6294;$ $Y1_{24}=0.5 ;$ $Y1_{30}=1$	14.65 %	15.17 %

Los costos de las pérdidas de potencia son tomados de los parámetros unificados, presentados al inicio del capítulo. Otros costos usados son mostrados en las Tablas 6.11 y 6.12:

Tabla 6.11. Información nodal sobre inyección de reactivos

Nodo	C1 [ $* 10^5$ \$/pu]	C2 [ $* 10^5$ \$/pu]	Y1 max [pu]	Y2 max [pu]
5	2	2	1,5	1,5
13	8	8	2	2
20	8	8	1	1
24	2	2	0,5	0,5
30	7	7	1	1

Tabla 6.12. Costo de movimiento de taps

Transformador		$C_T$ [ $* 10^5$ \$/pu]
i	j	
2	19	3
3	23	1.5
6	26	2
6	7	4

El valor de la función objetivo de esta alternativa, usando los parámetros consolidados, es \$3'791.418. Este costo incluye no solamente la reducción de pérdidas, sino también el mejoramiento del perfil de tensión, de modo que el sistema opere dentro de los límites permitidos de regulación.

El perfil de tensión obtenido después de aplicar el plan de balance es mostrado en la Figura 6.1.

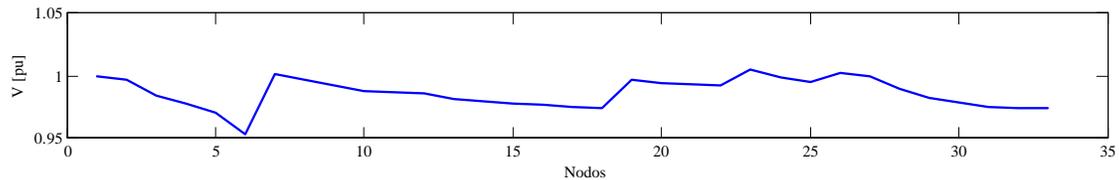


Figura 6.1. Perfil de tensión después del balance de fases

## 6.2. ESTRATEGIAS PROPUESTAS EN EL NIVEL DE TENSIÓN II

### 6.2.1. Balance de fases

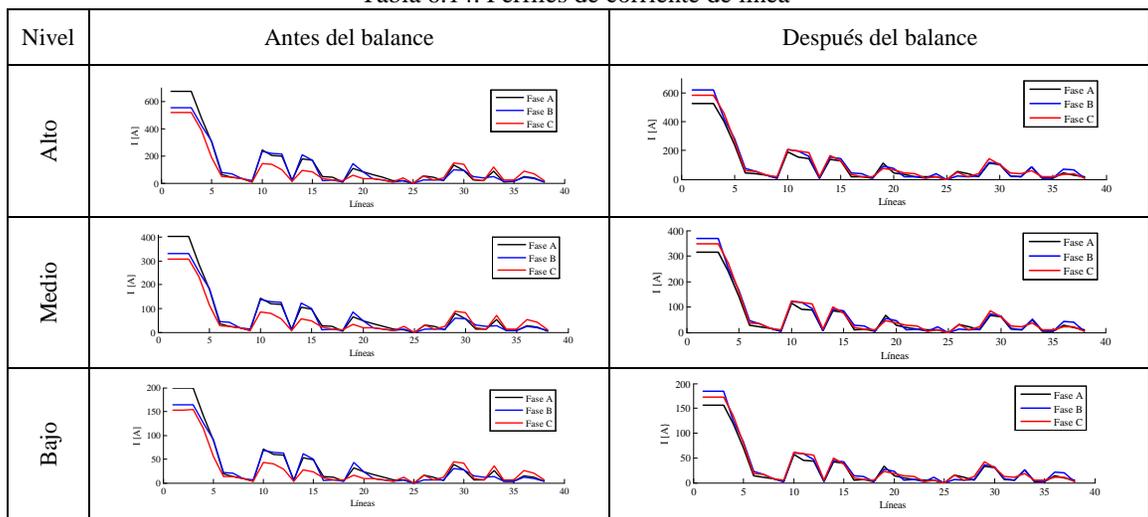
Las pruebas fueron realizadas sobre el sistema IEEE de 37 nodos (Anexo 3). Se asume que todas las cargas del sistema pueden ser reconectadas (cambiar de fase). El mejor plan de balance de fase encontrado por el AGCB es mostrado en la Tabla 6.13.

Tabla 6.13. Mejor plan de balance encontrado para 1 año

Nodo	Nueva Conexión	Nodo	Nueva Conexión	Nodo	Nueva Conexión
3	CBA	17	CAB	28	---
6	CBA	18	CBA	29	ACB
8	CBA	19	CBA	31	BCA
9	CAB	7	---	32	CAB
10	BAC	20	ACB	33	BAC
13	ACB	22	BCA	35	---
14	BAC	23	BAC	37	BCA
15	BCA	24	BAC	38	ACB

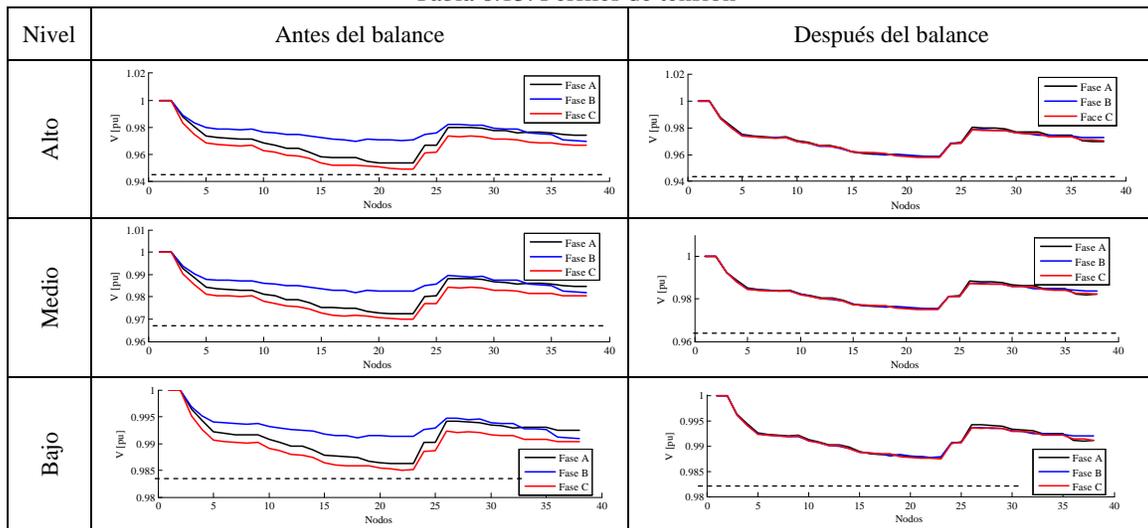
En la Tabla 6.14 se muestran los perfiles de corriente obtenidos antes y después del balance de fases, para cada nivel de la curva de duración.

Tabla 6.14. Perfiles de corriente de línea



En la Tabla 6.15 se muestran los perfiles de corriente obtenidos antes y después del balance de fases, para cada nivel de la curva de duración.

Tabla 6.15. Perfiles de tensión



La Tabla 6.16 presenta una discriminación por nivel de carga de las pérdidas de energía obtenidas antes y después de aplicar el plan de balance mostrado en la Tabla 6.13.

Tabla 6.16. Reducción de pérdidas de energía por nivel

Nivel de carga	Pérdidas de energía por nivel (kW-h)		
	Antes del balance	Después del balance	% de reducción
Alto	62.510	56.605	9,45
Medio	150.130	136.380	9,16
Bajo	5.490	4.996	8,99
Total	218.130	197.981	9,24

La función objetivo del caso base (antes del balance) es \$33.032.050. Después de aplicar el plan de balance la función objetivo es \$29.980.235, lo cual representa un 9.24% de recuperación de pérdidas. Se debe tener en cuenta que estos cálculos no incluyen el costo operativo de realizar el balance.

### 6.2.2. Reconfiguración

El método fue probado en sistemas de 33, 84 y 136 nodos (Anexo 3). El AGCB utilizado encontró la mejor solución conocida en cada caso, para los cuales se tomaron como función objetivo las pérdidas de potencia para un primer caso y el costo de las pérdidas de energía para un segundo caso. Para los tres sistemas se obtuvo el mismo resultado.

En la Tabla 6.17 se muestran los valores de pérdidas de potencia y el costo de las pérdidas de energía.

Tabla 6.17. Resultados de la reconfiguración en los sistemas de prueba

Sistema de prueba	Pérdidas iniciales máximas [kW]	Pérdidas finales máximas [kW]	Costo inicial [\$/10 <sup>6</sup> ]	Costo final [\$/10 <sup>6</sup> ]	Potencia pico inicial [kW]	Potencia pico final [kW]
33 nodos	202.68	139.55	743.314	519.747	3854.522	3917.678
84 nodos	531.99	469.88	1984.810	1761.831	28819.879	28881.994
136 nodos	320.36	280.19	1198.851	1055.177	18594.031	18634.174

En la Tabla 6.18 se ilustran las líneas inactivas del sistema.

Tabla 6.18. Líneas inactivas del sistema

Sistema de prueba	Líneas inactivas
33 nodos	7,9,14,32,37
84 nodos	7,13,34,39,42,55,62,72,83,86,89,90,92
136 nodos	7,35,51,90,96,106,118,126,135,137,138,141, 142,144,145,146,147,148,150, 151,155

### 6.2.3. Instalación de capacitores

Las pruebas fueron realizadas sobre el sistema IEEE 9 nodos. Los datos del sistema son mostrados en las Tablas 6.19 y 6.20.

Tabla 6.19. Datos de líneas

Nodo		Parámetros de línea <sup>1</sup> (Ω/km)			Potencia de carga en el nodo de recibo <sup>2</sup>	
Envío	Recibo	Resistencia	Reactancia	Longitud (km)	Activa (kVa)	Reactiva (kVar)
2	1	0.8513	0.4826	6.27	1640.00	200.00
3	2	0.8513	0.4824	5.63	980.00	130.00
4	3	0.8513	0.4829	2.41	1150.00	60.00
5	4	0.5357	0.4694	1.68	780.00	110.00
6	5	0.5457	0.4669	3.70	1610.00	600.00
7	6	0.5357	0.4680	1.30	1598.00	1840.00
8	7	0.2727	0.4414	2.73	1790.00	446.00
9	8	0.0100	0.4291	1.41	980.00	340.00
10	9	0.1216	0.4086	1.01	1840.00	460.00

Tabla 6.20. Datos generales

Costo en Capacitores Fijos (\$millones/MVar)	10,00
Costo en Capacitores Variables (\$millones/MVar)	11,00
Tensión en nodo slack (kV)	23,00
Tensión máxima (pu)	1,05
Tensión mínima (pu)	0,90
Limite de inversión (\$millones)	30,00

<sup>1</sup> Parámetros de la red de secuencia positiva.

<sup>2</sup> Potencia trifásica de la carga (modelo de potencia constante).

Utilizando el AGCB para resolver el modelo matemático descrito en (4.20), se encuentra que la mejor configuración, con una función objetivo de \$623,830.000, y una inversión inicial de \$25,200.000, es la mostrada en la Tabla 6.21.

Tabla 6.21. Mejor alternativa encontrada

Barra	KVar por Nivel de Carga <sup>3</sup>		
	Alto	Medio	Bajo
1	300	300	300
3	600	300	0
5	600	300	0
6	900	900	900

Para este esquema de control, la alternativa de solución presenta beneficios durante cada intervalo de tiempo, los cuales son mostrados en la Tabla 6.22. En la Figura 6.2 se muestran los perfiles de tensión obtenidos después de aplicar la compensación, para cada nivel de carga.

Tabla 6.22. Costo de pérdidas de energía en millones de pesos

Índice de carga	Sin Compensar	Compensado	Ahorro
1.0	450,020	407,497	42,523
0.6	228,274	208,781	19,493
0.3	7,909	7,552	0,357
Total	686,204	623,831	62,373

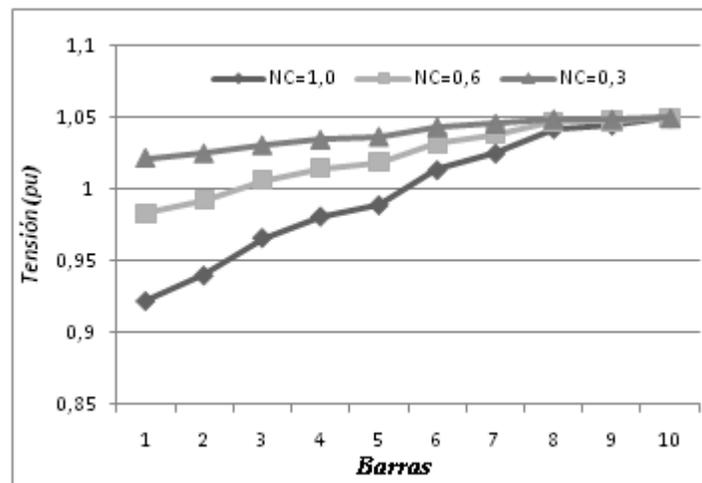


Figura 6.2. Perfil de tensión por nivel de carga

<sup>3</sup> Modelo de admitancia constante.

## 6.2.4. Reguladores de tensión

Las pruebas fueron realizadas sobre el sistema monofásico de 33 barras descrito a continuación en las Tablas 6.23, 6.24, 6.25 y 6.26.

Tabla 6.23. Datos de las líneas

Envío	Recibo	Longitud (Km)	Tipo	Envío	Recibo	Longitud (Km)	Tipo
1	2	0.129	2	17	18	1.557	4
2	3	0.689	2	2	19	0.428	5
3	4	0.511	2	19	20	3.927	5
4	5	0.532	2	20	21	0.512	1
5	6	2.138	5	21	22	0.886	1
6	7	0.234	1	3	23	0.96	4
7	8	3.641	4	23	24	1.911	4
8	9	2.191	4	24	25	1.906	4
9	10	2.213	4	6	26	0.284	2
10	11	0.246	1	26	27	0.397	2
11	12	0.468	1	27	28	2.765	5
12	13	3.123	4	28	29	2.1	5
13	14	0.677	1	29	30	0.709	2
14	15	1.543	5	30	31	1.218	1
15	16	1.588	4	31	32	0.388	1
16	17	1.611	1	32	33	0.426	1

Tabla 6.24. Tipos de conductores

Tipo	R (Ohm/Km)	X (Ohm/Km)	Costo (\$/Km)
1	0.8	0.4	0.8696
2	0.716	0.372	0.9252
3	0.58	0.362	1.1296
4	0.47	0.35	0.8697
5	0.383	0.327	1.82

Tabla 6.25. Datos de Barra

Nodo	P (kW)	Q (kVAr)	Nodo	P (kW)	Q (kVAr)	Nodo	P (kW)	Q (kVAr)
2	100	60	13	60	35	24	420	200
3	90	40	14	120	80	25	420	200
4	120	80	15	60	10	26	60	25
5	60	30	16	60	20	27	60	25
6	60	20	17	60	20	28	60	20
7	200	100	18	90	40	29	120	70
8	200	100	19	90	40	30	200	600
9	60	20	20	90	40	31	150	70
10	60	20	21	90	40	32	210	100
11	45	30	22	90	40	33	60	40
12	60	35	23	90	50	---	---	---

Tabla 6.26. Características de los reguladores considerados

Potencia nominal	R (pu)	X (pu)	Costo de instalación (\$)
72	-----	0.0005	26137200
144	-----	0.0005	50181400
288	-----	0.0005	71090700
333	-----	0.001	94090700
416	-----	0.001	106637200
432	-----	0.001	110818600
500	-----	0.001	117090700
576	-----	0.001	127546500
667	-----	0.001	135909300
720	-----	0.001	144272100
833	-----	0.001	154727900
1000	-----	0.002	177727900
1200	-----	0.002	209090700

P base = 100 kW ; V base = 12.666 kV.

La mejor solución encontrada corresponde a la instalación de un regulador en el nodo 5, con las características mostradas en la siguiente tabla, en la cual se muestra el valor del tap para cada nivel de la curva de duración de carga.

Tabla 6.27. Mejor solución encontrada

Nodo	Capacidad nominal (kVA)	Valor del tap	Período de la curva de carga
5	288	13	1
		11	2
		9	3

Las Tablas 6.28 y 6.29 permiten comparar los resultados antes y después de la instalación de reguladores de tensión.

Tabla 6.28. Resultado para el caso base (sin reguladores de tensión)

Período de la curva de carga	Pérdidas de potencia (kW)	Pérdidas de energía (kW-h)	Costo de las pérdidas de energía (\$)
1	191,1067283	191106,7283	19110672,83
2	65,0839909	439727,1779	43972717,79
3	15,64379806	15643,49806	1564349,806

Tabla 6.29. Resultado instalando regulador en el nodo 5 (con reguladores de tensión)

Período de la curva de carga	Pérdidas de potencia (kW)	Pérdidas de energía (kW-h)	Costo de las pérdidas de energía (\$)
1	177,1515938	177151,5938	17715159,38
2	61,16817366	413496,8539	41349685,39
3	14,89686108	14896,86108	1489686,108

La Figura 6.3 muestra los perfiles de tensión por cada uno de los niveles de la curva de duración de carga después de la instalación del regulador. Se puede notar que el perfil de tensión mejora considerablemente cuando se compara con el obtenido para el caso base para el nivel de carga máximo de la curva de duración.

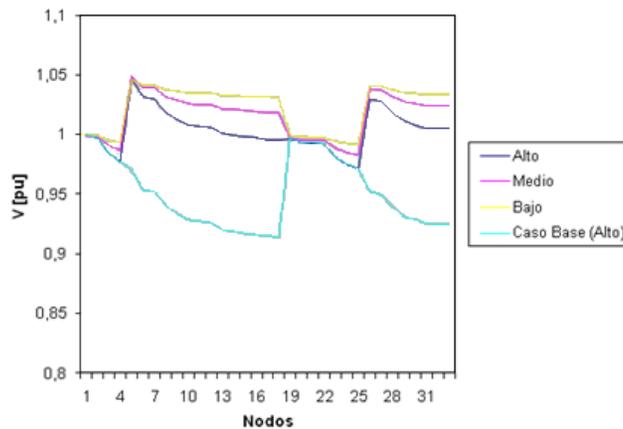


Figura 6.3. Perfiles de tensión obtenidos

6.2.5. Repotenciación de conductores

La aplicación del método es ilustrada con un sistema de 20 líneas, en el cual se supone que la red es balanceada. La subestación del sistema es la barra 0 y la tensión nominal del sistema es 13.8 kV.

Las configuraciones corresponden a los siguientes casos:

- A. Estado inicial del sistema.
- B. Conductores económicos encontrados con el algoritmo genético incluyendo la restricción de tensión y la restricción de monotonía de los conductores.

En las Tablas 6.30 y 6.31 se presentan los resultados obtenidos por la estrategia propuesta.

Tabla 6.30. Estado del sistema de 20 líneas para varias configuraciones

Descripción	Configuración	
	A	B
Pérdidas máximas [kW]	175.745	113.533
Potencia pico [kW]	3569.745	3507.534
Inversión [ $\$ \times 10^6$ ]	0	112.010
Costo total [ $\$ \times 10^6$ ]	651.879	536.799
Tensión mínima [pu]	0.9341	0.9505

Tabla 6.31. Tipos de conductor finales para el sistema de 20 líneas

Línea	Configuración										
	A	B		A	B		A	B		A	B
1	2	4	6	2	4	11	2	2	16	1	1
2	2	4	7	2	4	12	2	2	17	1	1
3	2	4	8	2	4	13	1	2	18	1	1
4	2	4	9	2	4	14	1	2	19	1	1
5	2	4	10	2	2	15	1	1	20	1	1

## ANEXO 1: FLUJO DE CARGA PARA SISTEMAS DE DISTRIBUCION

Las redes de distribución presentan características muy particulares como topologías radiales, múltiples conexiones, cargas de distinta naturaleza, líneas con resistencia mayor a la reactancia, líneas sin transposiciones y combinación de líneas aéreas y subterráneas.

En el análisis de flujo de potencia de un sistema de distribución se conoce el voltaje en la fuente (subestación o transformadores de distribución), la impedancia de cada tramo de red, la potencia compleja de todas las cargas y el modelo de cada una de las cargas (potencia constante, impedancia constante, corriente constante o una combinación de las anteriores).

Un análisis de flujo de potencia de un sistema de distribución debe determinar la magnitud de voltajes y ángulos en todos los nodos del alimentador. Usando estos resultados es posible calcular, entre otros, los siguientes valores:

- Flujo de potencia en cada sección de línea, corrientes (magnitud y ángulo) y factor de potencia.
- Pérdidas de potencia en cada sección de línea.
- Total de potencia inyectada al alimentador.

El flujo de carga empleado para los niveles de tensión I y II está basado en el método de barrido iterativo. Este método supone un ordenamiento de las barras del sistema de acuerdo a como se presenta en [A1.1]. Una vez la red ha sido ordenada, el método de barrido iterativo se realiza en dos etapas consecutivas. La primera, consiste en aplicar la primera ley de Kirchhoff en cada nodo comenzando desde los nodos terminales hasta llegar a la subestación (barrido hacia arriba). Para esto, es necesario suponer un perfil de tensión inicial. La segunda etapa, consiste en aplicar la segunda ley de Kirchhoff para obtener las caídas de tensión en cada línea, comenzando desde la subestación hasta los nodos terminales (barrido hacia abajo). Para ello se utilizan los datos de corrientes encontrados en la primera etapa.

Este proceso permite obtener nuevos valores para las tensiones nodales. La realización de las dos etapas anteriores constituye una iteración del proceso global. El método converge cuando la diferencia de pérdidas activas entre dos iteraciones sucesivas es menor que un error establecido.

A continuación se presenta el procedimiento para sistemas balanceados (monofásico) y desbalanceados (trifásico).

### A1.1. MONOFÁSICO

Las leyes fundamentales de circuitos empleadas en el método de barrido iterativo pueden ser expresadas de la siguiente forma:

- Primera ley de Kirchhoff: corrientes nodales como función de las corrientes de rama.

$$I_N = A I_B \quad (1)$$

- Segunda ley de Kirchhoff: voltajes de los elementos en función de los voltajes nodales.

$$V_B = A^T V_N \quad (2)$$

- Relación voltaje corriente: ley de Ohm.

$$I_B = Y_B V_B \quad (3)$$

Donde,

- [Y<sub>B</sub>]: matriz primitiva de admitancia de rama.
- [V<sub>B</sub>]: vector de tensiones de rama.
- [I<sub>B</sub>]: vector de corrientes de rama.
- [V<sub>N</sub>]: vector de tensiones nodales.
- [I<sub>N</sub>]: vector de inyección de corrientes nodales.
- [A]: matriz de incidencia nodo-rama.

Usualmente los elementos paralelos son ignorados en el modelamiento de las líneas de distribución aéreas. No obstante, cualquier elemento paralelo puede ser reemplazado por una inyección de corriente nodal haciendo uso del teorema de sustitución. En el caso de las líneas subterráneas el efecto capacitivo debe ser considerado.

Combinando las ecuaciones (1), (2) y (3) se obtiene:

$$Y_{BUS} V_N = I_N \quad (4)$$

Donde,

$$Y_{BUS} = A Y_B [A^T] \quad (5)$$

La tensión en el nodo fuente es conocida, por lo tanto, si la red se ordena de tal forma que este nodo sea el de mayor jerarquía (primero en la lista ordenada), se puede modificar la ecuación (4) para encontrar la tensión en los nodos siguientes, empleando la siguiente expresión:

$$A_{N-1} Y_B [A_0^T \ A_{N-1}^T] V_0 \ V_{N-1}^T = I_{N-1} \quad (6)$$

La matriz de incidencia nodo-rama [A] es de tamaño {N x B} en donde B es el número de ramas del sistema y N el número de nodos. En el caso de los sistemas radiales B = N-1, por tal motivo, la matriz reducida [A<sub>N-1</sub>] es una matriz cuadrada.

La matriz completa [A] se construye de tal forma que las filas corresponden a los nodos mientras las columnas corresponden a las ramas del sistema. Cada columna tiene sólo dos elementos distintos de cero: un valor de 1 para el nodo de envío y un valor de -1 para el nodo de recibo de cada línea. Por esta razón la suma de los elementos de cada columna es igual a cero. Este hecho puede representarse matemáticamente como:

$$A_0^T + A_{N-1}^T e_{N-1} = 0 \quad (7)$$

Donde [e<sub>N-1</sub>] es un vector columna con todos sus elementos iguales a uno.

Esta característica permite que la ecuación (7) pueda ser expresada de la siguiente forma:

$$A_{N-1} Y_B A_{N-1}^T V_{N-1} - V_0 e_{N-1} = I_{N-1} \quad (8)$$

La ecuación anterior puede ser separada para resolver el problema de flujo de carga, de la siguiente manera:

$$\begin{matrix}
 A_{N-1} & I_B & = & I_{N-1} \\
 Y_B & A_{N-1} & \begin{matrix} T \\ V_{N-1} - V_0 e_{N-1} \end{matrix} & = & I_B
 \end{matrix} \tag{9}$$

En estas ecuaciones, la matriz  $[A_{N-1}]$  resulta ser una matriz triangular superior, si el sistema se encuentra ordenado adecuadamente. En este caso resolver  $[I_B]$  es equivalente a realizar un barrido hacia arriba mientras que resolver  $[V_{N-1}]$  es equivalente a realizar un barrido hacia abajo.

El ordenamiento nodal [A1.2] es importante ya que permite sistematizar el proceso de solución, al calcular el flujo de corriente por cada línea a partir de las combinaciones de los flujos de corriente por las líneas inferiores y la inyección de corriente en el nodo de recibo (barrido hacia arriba). Igualmente, permite calcular fácilmente el voltaje en los nodos inferiores a partir del voltaje en el nodo superior, las corrientes y las impedancias (barrido hacia abajo).

## A1.2. TRIFÁSICO

Debido a que los sistemas de distribución de nivel de tensión I no son balanceados es necesario que el estudio de flujo de potencia considere el modelamiento trifásico de los diferentes componentes de la red. El flujo de carga para sistemas de distribución desbalanceados permite el adecuado estudio de problemas más complejos como balance de cargas, estudios de caída de tensión, compensación capacitiva y reconfiguración, entre otros.

El método de barrido iterativo empleado es el descrito en el numeral A1.1, con la diferencia que el modelamiento de los diferentes elementos del sistema debe ser trifásico.

### A1.2.1. Modelo trifásico de las líneas

El modelo de las líneas de distribución tanto aéreas como subterráneas es importante dado que hacen parte de los elementos que interconectan los nodos y permiten la transmisión de energía por la red. Es importante incluir en el análisis el espaciamiento entre conductores y el cálculo de las matrices de impedancia y admitancia de fase sin asumir transposición en las líneas.

La determinación de la impedancia serie para líneas de distribución aéreas y/o subterráneas de una, dos o tres fases consiste en encontrar la resistencia total de los conductores y las reactancias inductivas propias y mutuas resultantes de la interacción de los campos magnéticos que envuelven a las líneas. El componente resistivo para los conductores se encuentra usando una tabla de conductores entregada por el fabricante.

La determinación de la admitancia en derivación (shunt) de una línea aérea y/o subterránea consiste en encontrar la conductancia y la susceptancia capacitiva. La conductancia es usualmente ignorada porque su valor es muy pequeño comparado con el de la susceptancia capacitiva. La capacitancia de una línea es el resultado de la diferencia de potencial entre conductores, es decir que si la diferencia de potencial entre dos puntos es conocida, entonces la capacitancia entre esos mismos dos puntos puede ser calculada.

El modelo de la línea se construye matricialmente porque en sistemas de distribución no se realiza transposición, lo que da una importancia significativa a los enlaces de flujo para cada fase. El sistema generalmente está desbalanceado, por lo cual el modelo de la línea que se realiza es trifásico.

El modelo planteado para la línea se compone de una matriz de impedancia serie de tamaño  $(n \times n)$ , y de las matrices de capacitancia en derivación de tamaño  $(n \times n)$ , donde  $n$  representa el número de conductores que posee la línea, tal como se muestra en la siguiente figura.

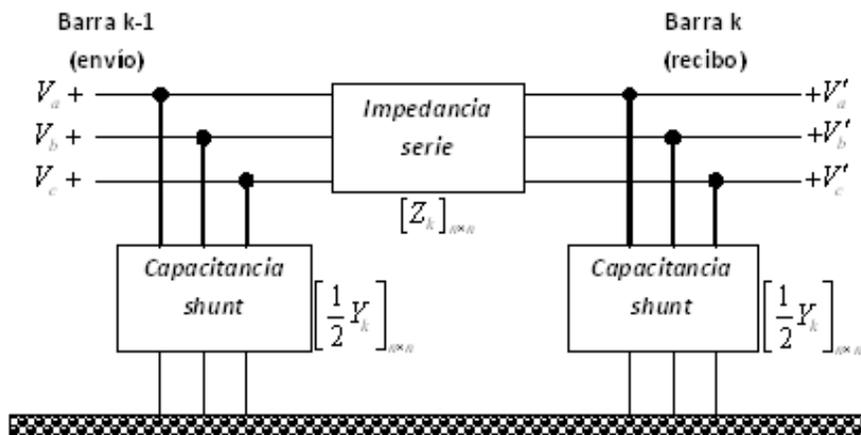


Figura A1.1. Modelo de la línea

Para el análisis trifásico, las líneas se modelan como una impedancia. La matriz de impedancia serie tendrá un tamaño fijo de 3x3, en concordancia con las características de los sistemas de distribución, independientemente del número de conductores por fase y neutros que se tengan. Siempre que se exceda este tamaño se hace reducción de Kron elemento a elemento; ya que los neutros están aterrizados sólidamente [A1.3]. Esta reducción se efectúa por medio de las siguientes expresiones:

$$Z_{jk(nueva)} = Z_{jk} - \frac{Z_{jp}Z_{pk}}{Z_{pp}} \tag{10}$$

Donde  $Z_{pp}$  es el pivote.

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{an} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bn} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cn} \\ Z_{na} & Z_{nb} & Z_{nc} & Z_{nn} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Kron}} \begin{bmatrix} Z'_{aa} & Z'_{ab} & Z'_{ac} \\ Z'_{ba} & Z'_{bb} & Z'_{bc} \\ Z'_{ca} & Z'_{cb} & Z'_{cc} \end{bmatrix} \tag{11}$$

De acuerdo a la configuración que tenga la línea, es decir, el número de fases de la línea, número de conductores por fase, si tiene neutro o no, y una vez realizada la reducción de Kron, la estructura de las matrices cambia como se muestra en las siguientes tablas.

Tabla A1.1. Configuración de las matrices de impedancia serie según el número de fases

Tres fases	Dos fases y un neutro	Una fase y un neutro
$Z = \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ij} & Z_{ik} \\ Z_{ji} & Z_{jj} & Z_{jk} \\ Z_{ki} & Z_{kj} & Z_{kk} \end{bmatrix}$	$Z = \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ij} & - \\ Z_{ji} & Z_{jj} & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$	$Z = \begin{bmatrix} Z_{ii} & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$

Tabla A1.2. Configuración de las matrices de admitancia shunt según el número de fases

Tres fases	Dos fases y un neutro	Una fase y un neutro
$\left[ \frac{Y}{2} \right] = \begin{bmatrix} \frac{Y_{ii}}{2} & \frac{Y_{ij}}{2} & \frac{Y_{ik}}{2} \\ \frac{Y_{ji}}{2} & \frac{Y_{jj}}{2} & \frac{Y_{jk}}{2} \\ \frac{Y_{ki}}{2} & \frac{Y_{kj}}{2} & \frac{Y_{kk}}{2} \end{bmatrix}$	$\left[ \frac{Y}{2} \right] = \begin{bmatrix} \frac{Y_{ii}}{2} & \frac{Y_{ij}}{2} & - \\ \frac{Y_{ji}}{2} & \frac{Y_{jj}}{2} & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$	$\left[ \frac{Y}{2} \right] = \begin{bmatrix} \frac{Y_{ii}}{2} & - & - \\ - & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$

Para el cálculo de la matriz de impedancia se debe tener en cuenta que en líneas aéreas los conductores son expuestos al aire y no poseen recubrimiento o aislante. En el modelamiento de líneas de transmisión es de especial importancia el efecto inductivo y el efecto capacitivo; mientras que el modelo de la línea aérea del sistema de distribución se basa en la impedancia serie, dado que el efecto capacitivo (impedancia shunt) es despreciado por varias causas. Algunas de estas son:

- Las líneas en los sistemas de distribución son cortas.
- El nivel de tensión es bajo.

El efecto de los enlaces de flujo (que es el causante de las impedancias mutuas) y el efecto del terreno es tenido en cuenta en los elementos que conforman la matriz  $[Z]_{serie}$ . Esta matriz es simétrica, con respecto a la diagonal, y cuadrada.

Para líneas subterráneas los sistemas de distribución poseen características especiales las cuales hacen que su modelamiento sea diferente. Por ejemplo, el efecto capacitivo en las líneas subterráneas tiene gran incidencia debido a la cercanía entre conductores y la proximidad entre estos y tierra. Adicionalmente, los conductores empleados para este tipo de línea tienen recubrimientos especiales y tienen un neutro concéntrico, el cual está constituido por una capa o serie de hilos trenzados. En [A1.3] es posible encontrar una descripción detallada de la metodología utilizada en este proyecto para el cálculo de la impedancia serie de líneas aéreas y de líneas subterráneas, así como numerosos ejemplos.

#### A1.2.2. Modelo trifásico de las cargas

En los sistemas de transmisión y subtransmisión, a niveles de 115 kV y superiores, la carga es modelada como potencia constante y se analiza su comportamiento dinámico sólo en casos de fallos o en el momento de incluir bancos de condensadores. En los sistemas de distribución, dichas cargas tienen comportamientos dinámicos dependientes de los voltajes a los cuales se excita. En algunos casos la carga mencionada tiene un consumo de corriente que disminuye con el aumento del voltaje (potencia constante) y en otros casos aumenta al aumentar el voltaje (impedancia constante), poniendo de manifiesto la necesidad de hacer modelos diferenciados para los distintos tipos de carga que se presentan en el nivel de tensión baja.

En general, las cargas de los alimentadores de distribución pueden ser modeladas como conexiones Y o Δ, pueden estar conectadas a tres, dos o una fase con cualquier grado de desbalance y pueden ser modeladas como:

- Potencia activa y reactiva constante.
- Corriente constante.
- Impedancia constante.

- Cualquier combinación de las anteriores

Las cargas en los sistemas de distribución son generalmente especificadas por la potencia compleja consumida y se usa como valor la máxima demanda diversificada. Esta demanda puede ser especificada como kVA y factor de potencia, kW y factor de potencia o kW y kVAr. El voltaje especificado siempre será el voltaje en los terminales de baja tensión de la subestación (transformador de distribución).

Para representar de mejor manera los fenómenos que se presentan en la realidad en lo que se refiere a los sistemas eléctricos, es necesario incluir las relaciones de las variaciones de carga con respecto a los voltajes es decir un modelamiento dinámico, de manera que los flujos de carga que se implementen reflejan cada una de las características mencionadas anteriormente.

Un problema bastante interesante que puede abordarse a través de un flujo de potencia óptimo y que está directamente relacionado con el modelado de las cargas y la reducción de pérdidas técnicas surge del siguiente planteamiento:

*“Al considerar aumentar la tensión en las cargas de tipo industrial (modeladas como potencia constante), éstas consumen un valor de corriente menor. Esto es particularmente importante, ya que al circular menor corriente por las líneas de distribución, se estarían generando menores pérdidas. Por otro lado, al aumentar ese mismo nivel de tensión, las cargas de tipo residencial y comercial (modeladas generalmente como impedancia constante), en general, tienden a consumir mayor potencia y por tanto al demandar mayor corriente (efecto denominado potencia represada por voltaje). Lo anterior aumenta las pérdidas de energía en el sistema de distribución”.*

Los modelos de carga desarrollados son usados en el proceso iterativo del estudio de flujo de potencia donde, inicialmente, se suponen conocidos los voltajes de la carga. Todos los modelos son definidos, inicialmente, por una potencia compleja por fase y se asume un voltaje línea-neutro para cargas conectadas en Y o línea-línea para cargas conectadas en  $\Delta$ . Las unidades de la potencia compleja pueden ser VA (en voltios-amperios) y V (voltios), o VA (pu) y V (pu). Para todas las cargas, se requieren las corrientes de línea que entran a la carga para el análisis de flujo de potencia. Para las cargas conectadas en Y, la notación para la potencia compleja y el voltaje especificados es:

$$\text{Fase } i: \left| \underline{S}_i \right| \left| \underline{\theta}_i \right| = P_i + jQ_i \quad \text{y} \quad \left| \underline{V}_{in} \right| \left| \underline{\delta}_i \right| \quad (12)$$

Donde  $i$  varía para cada una de las fases:  $i = a, b, c$

Para las cargas conectadas en  $\Delta$ , la notación para la potencia compleja y el voltaje especificados es:

$$\text{Fase } i: \left| \underline{S}_i \right| \left| \underline{\theta}_i \right| = P_i + jQ_i \quad \text{y} \quad \left| \underline{V}_i \right| \left| \underline{\delta}_i \right| \quad (13)$$

Donde  $i$  varía para cada pareja de fases:  $i = ab, bc, ca$ .

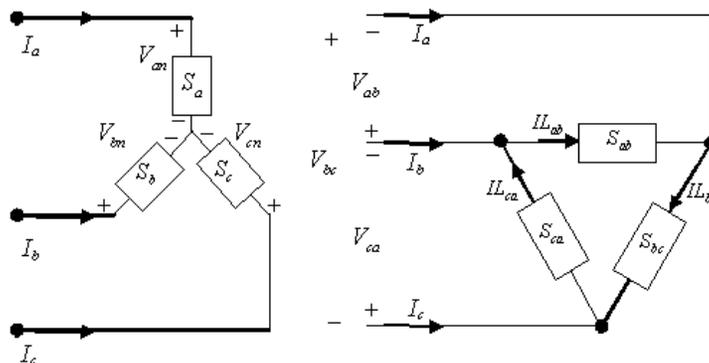


Figura A1.2. Conexiones de la carga en Y y Δ

Las corrientes de línea entrando a una carga conectada en Δ son determinadas aplicando la primera ley de Kirchoff en cada nodo. En forma matricial, las ecuaciones son:

$$\begin{bmatrix} I_{L_a} \\ I_{L_b} \\ I_{L_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \tag{14}$$

A1.2.2.1. Cargas modeladas como potencia activa y reactiva constante

Son básicamente las cargas de tipo industrial que en general son motores, aunque dentro de ellas se puede encontrar un porcentaje correspondiente a iluminación y computadores. Tales cargas pueden representarse mediante un modelo de potencia constante que, al incluirse dentro del flujo de carga radial y dado el voltaje, pueden entregar un valor de corriente de la siguiente manera:

$$S_i = S_n$$

$$I_i = \left( \frac{S_i}{V_i} \right)^* = \left( \frac{S_n}{V_i} \right)^* \tag{15}$$

La anterior relación matemática muestra cómo al aumentar los voltajes se reducen las corrientes que circulan por las líneas.

La expresión (15) debe ser interpretada adecuadamente para el caso en que la carga este conectada en Y o en Δ, tal como se muestra en la Tabla A1.3.

Tabla A1.3. Corriente de carga según tipo de conexión – PQ constante

Conexión Y	Conexión Δ
$I_i = \left( \frac{S_i}{V_{in}} \right)^* = \frac{ S_i }{ V_{in} }  \delta_i - \theta_i  =  I_i  \alpha_i$	$I_i = \left( \frac{S_i}{V_i} \right)^* = \frac{ S_i }{ V_i }  \delta_i - \theta_i  =  I_i  \alpha_i$

Donde n es el neutro y el índice i varía para cada una de las fases (i = a, b, c), en la conexión en Y, y en la conexión en Δ varía para cada pareja de fases (i = ab, bc, ca).

A1.2.2.2. Cargas modeladas como corriente constante

Algunos artefactos de tipo electrónico pueden ser modelados como cargas de tipo corriente constante. Por otro lado, en las cargas que tienen igual porcentaje de tipo potencia constante e impedancia constante se presenta un consumo de corriente fijo, independiente del valor de voltaje que se presente. El valor que cambia es el valor de la potencia consumida, como se muestra a continuación.

El modelo de corriente constante se presenta como:

$$S_n = V_n I_n^* \tag{16}$$

Si se considera otra condición de voltaje se tendría:

$$S_i = V_i I_n^* \tag{17}$$

Por lo tanto, es posible encontrar la siguiente relación:

$$\frac{S_i}{S_n} = \frac{V_i I_n^*}{V_n I_n^*} \tag{18}$$

La expresión anterior, puede ser reducida a:

$$S_i = S_n \left( \frac{V_i}{V_n} \right) \tag{19}$$

Y para la corriente se llega a:

$$I_i = \left( \frac{S_i}{V_i} \right)^* = \left( \frac{S_n}{V_n} \right)^* \tag{20}$$

El resultado obtenido muestra como el valor de corriente se mantiene sin importar la tensión a la que se encuentra sometida la carga.

Se puede establecer una tabla donde se relaciona la corriente de la carga según el tipo de conexión:

Tabla A1.4. Corriente de carga según tipo de conexión – Corriente constante

Conexión Y	Conexión Δ
$I_i =  I_i  \angle \delta_i - \theta_i$	$I_i =  I_i  \angle \delta_i - \theta_i$

Donde i varía para cada una de las fases (i = a, b, c), en la conexión en Y, y en la conexión en Δ para cada pareja de fases (i = ab, bc, ca). La variable δ<sub>i</sub> identifica los ángulos de voltajes línea-neutro y θ<sub>i</sub> el ángulo del factor de potencia.

A1.2.2.3. Cargas modeladas como impedancia constante

Las cargas de tipo impedancia constante pueden modelar, de manera adecuada, algunas cargas de tipo resistivo como estufas y planchas, entre otras. En este tipo de cargas el consumo de potencia, y por tanto de corriente, aumenta de la misma manera que aumenta el voltaje.

La impedancia de carga constante es determinada a partir de la potencia compleja especificada y el voltaje asumido. En el caso de cargas conectadas en Y el voltaje asumido es línea-neutro, para el caso de conexión en  $\Delta$  el voltaje asumido será línea-línea. Las relaciones se muestran en las siguientes tablas:

Tabla A1.5. Impedancia y corriente de carga según tipo de conexión – Impedancia constante

Conexión Y	Conexión $\Delta$
$Z_i = \frac{ V_{in} ^2}{S_i^*} = \frac{ V_{in} ^2}{S_i} \angle \theta_i =  Z_i  \angle \theta_i$	$Z_i = \frac{ V_i ^2}{S_i^*} = \frac{ V_i ^2}{S_i} \angle \theta_i =  Z_i  \angle \theta_i$
$I_i = \frac{V_{in}}{Z_i} = \frac{ V_{in} }{ Z_i } \angle \delta_i - \theta_i =  I_i  \angle \alpha_i$	$I_i = \frac{V_i}{Z_i} = \frac{ V_i }{ Z_i } \angle \delta_i - \theta_i =  I_i  \angle \alpha_i$

Donde i varía para cada una de las fases (i = a, b, c), en la conexión en Y, y en la conexión en  $\Delta$  para cada pareja de fases (i = ab, bc, ca). La variable  $\theta_i$  identifica el ángulo del factor de potencia. En este modelo, el voltaje línea-línea cambiará durante cada iteración del flujo de potencia hasta alcanzar la convergencia.

A1.2.3. Combinación de cargas

En la mayoría de los casos, las cargas se presentan en forma combinada y reúnen características de los tres modelos anteriores. La combinación de cargas puede ser modelada asignando un porcentaje del total de la carga a cada uno de los tres modelos. La tendencia actual es incluir en un único modelo las componentes de impedancia (Z), corriente (I) y potencia (P) constante que tiene la carga, por medio de la expresión (21):

$$\begin{aligned}
 P &= P_n * \left[ a_p \left( \frac{V}{V_n} \right)^2 + b_p \left( \frac{V}{V_n} \right) + c_p \right] \\
 Q &= Q_n * \left[ a_q \left( \frac{V}{V_n} \right)^2 + b_q \left( \frac{V}{V_n} \right) + c_q \right]
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

Donde los coeficientes a, b y c representan el porcentaje de carga de cada tipo.

Las cargas que sólo usan una o dos fases, sin importar el tipo de conexión (Y o  $\Delta$ ), se modelan fijando las corrientes de las fases que no están siendo usadas a cero. Las corrientes en las fases usadas por la carga son calculadas usando las mismas ecuaciones de los modelos de potencia, impedancia o corriente constante.

### A1.3. BIBLIOGRAFÍA

- [A1.1]. IEEE Distribution planning working group report. Radial Distribution test feeders. Transactions on Power Systems”. Vol 6. No 3. Aug 1991.
- [A1.2]. Ruiz, Alejandro, Echeverri Granada, Mauricio, Gallego Rendón, Ramón Alfonso., “Flujo de carga trifásico para sistemas radiales de distribución”. Scientia Et Technica. Pereira: , v.23, 2004.
- [A1.3]. William H. Kersting. Distribution System Modeling and Analysis. CRC Press LLC. New York 2000.

---

## ANEXO 2: ALGORITMOS GENÉTICOS

### A2.1. Introducción

Generalmente se denomina evolución a cualquier proceso de cambio en el tiempo. En el caso de la evolución de las especies, esta se presenta como un cambio en el perfil genético (genotipo) de una población de individuos para la adaptación a un medio ambiente determinado, que puede conllevar a la aparición de nuevas especies o a la aparición de novedades evolutivas (fenotipos). La teoría de la evolución de las especies fue planteada por Charles Darwin y se basa en la interacción de una población de individuos de igual especie y de operaciones genéticas entre sus cromosomas de tal manera que los mejores de ellos (mejor adaptados al medio cambiante al que están sometidos), tengan mejores probabilidades de sobrevivir al proceso de selección natural y que sus genes sean conservados en la siguiente generación y así sucesivamente. Este proceso normalmente toma millones de años, antes de empezar a notarse visualmente sus resultados y en donde finalmente los individuos sobrevivientes a este proceso son más aptos en el ambiente o de manera más puntual y genéticamente mejores.

A continuación se expone de manera breve el proceso evolutivo a nivel genético (generación de nuevos individuos) en las siguientes etapas [A2.1]:

- **División y duplicación de las células reproductivas:** la información genética se encuentra en los cromosomas que se ilustran como un par de cintas paralelas entrelazadas por medio de unidades llamadas genes. Cada cinta es heredada del padre y la madre, junto con un mismo número de genes, de los cuales se dará una combinación aleatoria cuyo resultado hará parte del genotipo del individuo descendiente. En la primera fase ocurre la división de las células reproductivas en las cadenas cromosómicas del padre y de la madre para posteriormente duplicarse.
- **Fenómeno de cruzamiento (Crossover) o recombinación genética:** cuando las dos cintas de un cromosoma se separan por el proceso de división, ocurre una recombinación genética de dichas cadenas por transposición de fragmentos de manera aleatoria. Cabe anotar que esto hace que las cadenas resultantes (descendientes) posean altos índices de diversidad.
- **Reproducción sexual:** la diversidad de individuos y de distintas posibles parejas dentro de un entorno implica y proporcionan una diversidad genética mucho más amplia, lo que contribuirá a generar individuos genéticamente diferentes.
- **Mutación:** genera la adquisición de nuevas características en los genes en forma aleatoria para generar nuevos fenotipos con funciones diferentes que pueden mejorar o empeorar el individuo, es por esto que se considera la principal fuente de la evolución como tal.
- **Selección natural:** los individuos mejor adaptados al medio en el que se encuentran son los que tendrán mejores probabilidades de sobrevivir, reproducirse y que sus genes pasen a la siguiente generación. Por el contrario los individuos menos dotados tenderán a desaparecer.

En síntesis, las especies a lo largo del tiempo tienen una lucha ardua por la supervivencia, lo que implica conservación y reproducción de sus genes. Así entonces, los individuos con mejores cualidades tienen más probabilidad de desarrollarse a su etapa adulta, en donde pueden procrear descendientes transmitiendo a estos últimos sus características genéticas. Finalmente, es importante resaltar que este proceso evolutivo no es del todo determinístico y que en cierto grado también posee naturaleza estocástica, puesto que siempre existirán eventualidades que pueden normalmente causar la desaparición de individuos bien dotados, ya sea entre sí por mera competencia o causada por depredadores no previstos.

## A2.2. Aplicación práctica

El algoritmo Genético (AG) hace parte del conjunto de los algoritmos evolutivos inspirados en la evolución natural de Darwin, los cuales son aplicados normalmente para solucionar problemas combinatoriales muy complejos, haciendo que las distintas posibles soluciones interactúen entre sí de manera similar y simulando el comportamiento de la evolución de las especies, para obtener soluciones cada vez mejores. La adaptación y efectividad para resolver problemas de optimización matemática de este tipo de algoritmos fueron planteadas y descubiertas por John Holland en los años 70, y fue desde los años 90 cuando su popularidad se incrementó para resolver diversos problemas complejos de la vida real. Para resolverlos, los AG utilizan de manera análoga los operadores genéticos de selección, cruzamiento (crossover) y mutación antes mencionados sobre una población inicial de soluciones posibles para hacerla evolucionar y siempre tratar de obtener soluciones cada vez de mejor calidad.

Aunque el AG propone un método de solución sencillo de implementar, sin requerir mucho conocimiento acerca del problema que desea solucionarse, el problema más serio que se enfrenta es el de la codificación, puesto que la evolución de las soluciones parcialmente encontradas hacia las soluciones óptimas del problema, depende en buena medida de una adecuada representación de las mismas. Esto es debido a que los operadores genéticos se deben ver modificados de acuerdo al sistema utilizado para la codificación.

Los sistemas comúnmente empleados para representar una solución determinada del problema, vienen dados por sistemas binarios y enteros, pero también pueden encontrarse codificaciones con variables reales siendo éstas últimas las más complejas y que pueden presentar serios inconvenientes. Lo que sí es cierto y lo que normalmente se hace es determinar la naturaleza de las variables del problema, es decir, si son binarias, enteras o reales y emplear una codificación de igual naturaleza para mejor comodidad, menor longitud de la cadena del cromosoma y por ende uso de memoria. De todas maneras, en la literatura especializada se suele encontrar el tratamiento del AG específicamente en sus operadores genéticos de acuerdo al sistema de codificación empleado.

Los AG son una muy buena opción y pueden utilizarse cuando el problema presente alguna de las siguientes situaciones:

- No hay un algoritmo exacto para resolver el problema.
- La solución óptima no es tan importante, es decir, el problema es flexible.
- Los datos usados para la solución son imprecisos o probabilísticos.
- Limitaciones por tiempo, espacio y/o memoria.
- Se requiere encontrar una solución rápida y usarla como punto de partida para un método exacto.
- Se desea explorar de manera amplia el espacio de soluciones en forma eficiente.

## A2.3. Algoritmo Genético Básico (AGB)

El AGB se puede aplicar para resolver problemas de la forma:

$$\begin{array}{ll} \min & Z(X) \\ \text{s.a} & \text{Conjunto de restricciones} \end{array} \quad (1)$$

A continuación se describe el algoritmo genético en su forma básica o canónica:

### A2.3.1. Generación de la población inicial

El algoritmo genético básico empieza valiéndose de una población inicial compuesta por un número de soluciones codificadas y representadas como cadenas con número de elementos igual al número de variables de decisión. Esta población inicial es generada de manera aleatoria y puede ser factible o no, aunque es de esperarse que las soluciones finales entregadas por el algoritmo no dependan de la decisión de esta situación.

Estudios previos han llegado a determinar que usar una población factible en el arranque del proceso, garantiza un buen grado de convergencia a una mejor solución para el problema, empleando menores tiempos computacionales. Dicha población también debe poseer buenos índices de diversidad entre los individuos para que de esta forma el algoritmo inicie y cada vez vaya explorando áreas del espacio de búsqueda diferentes.

El tamaño de la población inicial determinará la cantidad de soluciones a manejar en todo el proceso, lo que la hace un factor importante en su convergencia. Por ello lo más conveniente es utilizar un tamaño de población guardando proporción al tamaño del problema, lo que dará finalmente soluciones de mejor calidad en buen tiempo computacional, de lo contrario, el algoritmo puede converger prematuramente y quedar atrapado en óptimos locales.

A continuación se ilustra un ejemplo de una población de soluciones de tamaño cuatro, con diez variables de decisión:

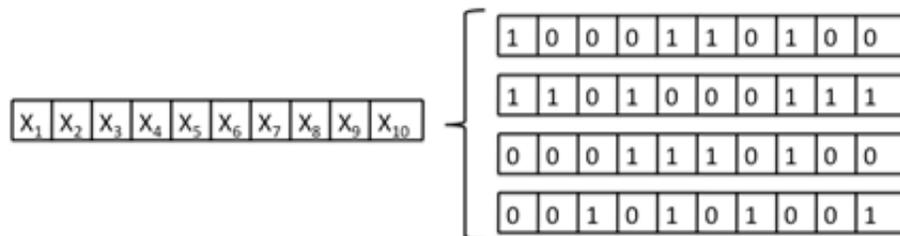


Figura A2.1. Ejemplo de población

### A2.3.2. Operador de selección

En cada individuo de la población es inherente un valor o puntuación de la función objetivo, relacionado con la calidad de dicha solución. Este operador se encarga de simular la presión ejercida por la naturaleza al individuo y por ende determinar la adaptación de un individuo al problema y la probabilidad de que el mismo sea seleccionado para reproducirse cruzando su material genético con otro individuo seleccionado de igual forma. En la naturaleza esto equivaldría al grado de efectividad de un organismo para competir por unos determinados recursos.

Para que el proceso evolutivo de las soluciones sea eficiente, es necesario que exista buena selectividad entre las soluciones, es decir, el conjunto de las funciones objetivo correspondientes a los individuos deben ser significativamente diferentes, para que el algoritmo pueda diferenciar con mayor facilidad los individuos de mejor calidad de los de peor calidad.

Para hacer esto, se recurre a aplicar funciones equivalentes a la función objetivo, conocidas como funciones de adaptabilidad ó fitness, con la finalidad de distribuir mejor los valores de la función objetivo y hacer que las respuestas de mejor calidad luzcan mejor y que las de peor calidad aparezcan peor sin descartar estas últimas.

En cuanto se disponga de una buena distancia proporcional entre las funciones objetivo se procede a someter a los individuos a un concurso con el objetivo de determinar el derecho al número de descendientes.

Existen varias maneras de efectuar dicho concurso, el cual debe ser estadísticamente proporcional a la calidad de las soluciones. A continuación se ilustran dos tipos de selección ampliamente utilizados.

#### A2.3.2.1. Selección por ruleta

Este tipo de concurso también es conocido como selección proporcional y consiste en asignar al individuo un número de descendientes de manera proporcional a su valor de función de adaptación. Esto se hace escalando o normalizando los valores de función objetivo de la población, a un intervalo definido como lo puede ser

entre 0 y 1 ó entre 0° y 360°, mejor dicho, a un sistema en forma de ruleta cuya área estará dividida en un número de partes igual al número de individuos en la población y cada una de tamaño proporcional a cada valor de la función de adaptación. La ruleta posteriormente se “lanza” (entiéndase como evento aleatorio) un número de veces igual al tamaño de la población obteniendo entonces los padres de la próxima generación.

Suponiendo el caso en que las funciones de adaptación para los cuatro individuos anteriormente mostrados obtuvieron valores en los cuales el asociado a X1 es el mejor, seguido por X2 luego por X4 y siendo X3 el individuo de peor calidad. La ruleta se puede ilustrar de la siguiente forma:

Tabla A2.1. Ejemplo de probabilidad de obtención de descendientes

INDIVIDUO	X1	X2	X3	X4
Función Fitness	50	25	7.5	17.5
Intervalo	(0° - 180°)	(180° - 270°)	(270° - 300°)	(300° - 360°)

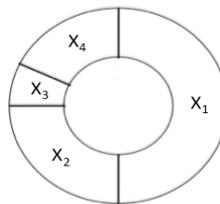


Figura A2.2. Ejemplo de ruleta de probabilidad de obtención de descendientes

Terminados los lanzamientos de la ruleta resultan los cuatro padres, que de manera aleatoria generarán dos parejas de las cuales se obtendrán cuatro individuos descendientes. En este ejemplo, X1 tiene la mayor probabilidad de obtener descendientes y por el contrario X3 tendrá la menor.

Dado que este método de selección es proporcional, es decir, entre mayor sea el valor de función de adaptación de cada individuo se le asigna una mayor área de la ruleta, se podría entender que este operador solo funcionaría para problemas de maximización. Sin embargo, para aplicar este tipo de selección para minimizar, se requiere de operaciones matemáticas que generen los recíprocos de los valores de la función objetivo en la función de adaptación, que es la que finalmente se normaliza en la ruleta y asignará los descendientes de la misma manera mostrada.

Tabla A2.2. Ejemplo de asignación proporcional de descendientes

INDIVIDUO	X1	X2	X3	X4
Número de descendientes	2	1	0	1

Tabla A2.3. Ejemplo de parejas formadas para la obtención de descendientes por ruleta

PAREJA	PADRES	
1	X1	X2
2	X1	X4

#### A2.3.2.2. Selección por torneo

Consiste en realizar un sistema de selección con base en la comparación directa de los individuos. En esta propuesta se realizan n torneos, donde n es el tamaño de la población y en los cuales habrán n ganadores, que serán los padres de la próxima generación. Para cada torneo se selecciona aleatoriamente un conjunto de k configuraciones, normalmente de dos a cinco, las cuales serán comparadas entre sí y ganará el torneo aquella con mejor valor de función de adaptación. El mecanismo de esta propuesta de selección es significativamente

diferente a la de selección proporcional (ruleta), pues inicialmente todos los individuos tendrán la misma probabilidad de ser escogidos para ingresar al torneo. Este mecanismo es más rápido y de fácil ejecución y posee menor tiempo computacional que la propuesta anterior. Sirve tanto para cuando el problema es de minimización como de maximización, pues para cada caso sólo es necesario cambiar el criterio de función de mejor calidad.

Terminados los  $n$  torneos finaliza el proceso de selección que determinó los padres y se procede igualmente como en el caso anterior a la conformación de las parejas de padres de manera aleatoria, evitando que alguna de ellas esté compuesta por un mismo individuo.

Para esta metodología es necesario escoger adecuadamente un valor de  $k$  el cual se ajusta de acuerdo al tamaño y complejidad del problema. Un valor de  $k$  no apropiado puede conllevar a que el proceso caiga en óptimos locales pues disminuiría la diversidad de las poblaciones. Estudios previos recomiendan un valor de  $k$  igual a 2 para problemas de pequeñas poblaciones, sin embargo este valor podrá incrementarse en problemas con poblaciones más grandes.

Terminados los torneos, los resultados se pueden integrar en una pequeña tabla respecto al número de descendientes para luego asignarse las parejas de padres de manera aleatoria de igual forma que en la selección proporcional, tal como se ilustra en las siguientes tablas.

Tabla A2.4. Ejemplo de asignación de descendientes para selección por torneo

INDIVIDUO	X1	X2	X3	X4
Número de descendientes	1	1	1	1

Tabla A2.5. Ejemplo de parejas formadas para la obtención de descendientes por torneo

PAREJA	PADRES	
1	X1	X3
2	X4	X2

### A2.3.3. Operador de recombinación

A los individuos que han sido seleccionados para reproducirse, les han sido asignados el derecho a un número de descendientes mediante el operador de selección. Posteriormente se deben conformar las parejas válidas aleatoriamente para dar lugar a la reproducción, la cual a nivel genético es el cruzamiento o recombinación de las cadenas cromosómicas de los padres como ya anteriormente se expuso. En los AG el fenómeno de crossover es similar, pues consiste en generar los vectores de los descendientes mediante una recombinación de los vectores de los padres, esto es, partiendo de los vectores de los padres se obtendrán como resultado 2 vectores descendientes: el primero con unos segmentos del padre y otros de la madre y el segundo estará compuesto con los segmentos que no fueron heredados en el primero, o sea, complementario genético.

En este punto cabe anotar que aunque el operador de crossover del AG no es exactamente análogo al original planteado en la teoría evolutiva, el cual realmente es más complejo (división y duplicación), intenta simularlo y ha sido aceptado puesto que ofrece de una manera sencilla e igualmente válida la generación de diversidad genética en el proceso del AG. Realmente, este operador es el menos parecido a los usados en el campo de la genética.

Para este operador, se asigna un valor conocido como tasa de crossover ( $p_c$ ), que se aplicará en todo el proceso del AG y que se encontrará entre los valores de 0 y 1. Esta tasa contribuirá a la decisión del cruzamiento de una pareja de soluciones, pues esta cifra implica la probabilidad que indicará si el cruzamiento se hace o no. Normalmente se suele definir una tasa de crossover elevados: 0.7 a 1; esto para conllevar a que las soluciones se recombinen continuamente, para dar mejor diversidad a las poblaciones y dar lugar a una

mejor convergencia. No obstante, de acuerdo a la complejidad del problema se suele cambiar este valor a uno menor, para que las áreas de búsqueda en el espacio de solución no se dispersen demasiado entre iteraciones del AG.

Si la tasa de crossover mínima necesaria es sobrepasada dado un evento aleatorio, el cruzamiento genético de los individuos se lleva a cabo y lo que se hace inmediatamente es definir de manera aleatoria una posición o punto de cruce entre los cromosomas padre.

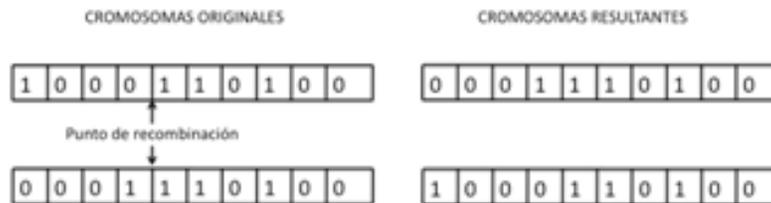


Figura A2.3. Ejemplo de recombinación

A continuación se ilustran tres maneras de efectuar el crossover entre un par de individuos, las cuales son empleadas en la literatura especializada. Estas son:

- **Recombinación sencilla (Single-point Crossover):** se usa un único punto para la recombinación. Se emplea en problemas con soluciones de corta longitud cromosómica.
- **Recombinación multipunto (Multipoint Crossover):** se usan varios puntos para efectuar la recombinación. Se emplea en problemas con soluciones de larga longitud cromosómica.
- **Recombinación uniforme (Uniform Crossover):** la recombinación se evalúa bit a bit con cada uno de los elementos de una configuración, es poco utilizada por su ineficiencia matemática.

#### A2.3.4. Operador de mutación

Después de generados los nuevos individuos a causa de la recombinación, estos deben pasar por el operador de mutación el cual los alterará para crear en ellos nuevos atributos, siendo muy análogo a la mutación biológica. El propósito de la mutación en los AG es proveer un mecanismo que mantenga la diversidad genética entre una generación, evitando que el proceso evolutivo se ralentice o pare y así escapar de los óptimos locales, posiblemente lejanos del óptimo global. Aplicar este operador también implica desplazar las zonas de búsqueda de soluciones hacia zonas del espacio que no pueden ser alcanzadas por medio de otros operadores.

La mutación en los AG consiste en alterar el valor existente en una o varias posiciones de la cadena cromosómica de un individuo.

Tal como en el caso del operador de recombinación, al operador de mutación también le es inherente una tasa de mutación ( $p_m$ ) la cual determinará la probabilidad de ejecutar la mutación en una posición aleatoriamente definida posteriormente. Dicha tasa se define para cada problema con un valor entre 0 y 1. Así entonces una tasa de mutación de 0.05 significa un 5% de probabilidad de mutar cierta posición del cromosoma.

Finalmente si la mutación es aceptada, se debe generar un evento aleatorio que determine el elemento a ser mutado.

En realidad este operador es quizá el más sencillo de implementar y en buen grado personalizable, por ello pueden existir diversas maneras de efectuar la mutación de las soluciones, siempre y cuando se guarde un equilibrio determinístico-probabilístico.

A continuación se presentan dos maneras empleadas en la literatura:



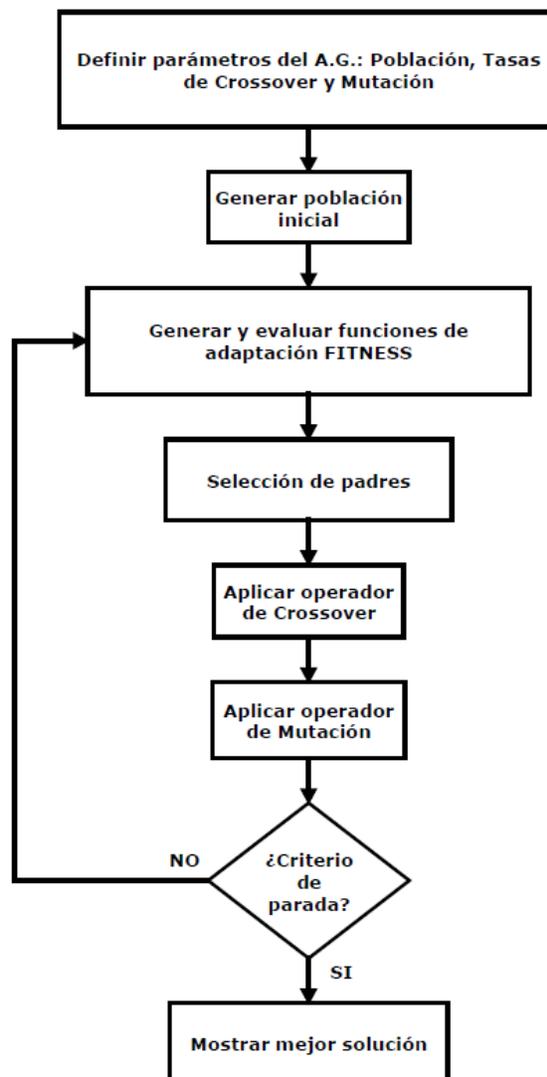


Figura A2.6. Algoritmo genético básico

### A2.3.6. Variables de control del AG

La efectividad del AG para resolver un problema específico depende en buena parte de la codificación como se comentó anteriormente y si ha sido diseñada adecuadamente la población, convergerá hacia una buena solución, sin embargo, que esta solución sea la de mejor calidad no está del todo garantizado.

Algunas veces, de acuerdo al tamaño del problema, para encontrar soluciones de mejor calidad se procede a calibrar el comportamiento del AG, modificando los parámetros de control de este (el tamaño de la población, la tasa de crossover  $p_c$  y la tasa de mutación  $p_m$ ).

### A2.3.7. Consideraciones adicionales

Las restricciones del problema son el conjunto de funciones que determinan si una configuración o individuo es factible o infactible, lo que no siempre indica si es válida o no para satisfacer la función objetivo. El AG genera continuamente poblaciones de soluciones independientemente de que sean o no factibles, que pueden dar con valores de función objetivo más atractivos pero que no deben tenerse en cuenta por su infactibilidad.

---

Este problema es ajeno a los AG. Sin embargo, para remediar esto se recurre, dependiendo si el problema lo posibilita, a tener en cuenta las soluciones infactibles, castigando o empeorando su función objetivo correspondiente (sumándole cantidades a problemas de minimización y sustrayéndole a los problemas de maximización) con la finalidad de poder desplazarse por áreas infactibles del espacio de búsqueda, que en el AG significa mayor diversidad en los individuos y por ende mejores convergencias.

#### A2.4. Algoritmo Genético Chu-Beasley (AGCB)

##### A2.4.1. Generalidades

En la década de los años 90 el algoritmo genético básico tomó gran popularidad y desde entonces ha sido mundialmente acogido para resolver problemas complejos de optimización matemática. Sin embargo en 1997 surge una versión modificada del AG, planteada por P.C. Chu y J. Beasley [A2.2] que lo mejora en alto grado en cuanto a la orientación de la búsqueda hacia un óptimo global del problema y disminución de tiempo computacional. Por lo tanto es considerada como una técnica metaheurística y como un algoritmo muy competitivo para evaluar sistemas de gran tamaño.

En el AGCB, básicamente se ha tomado como prioridad, garantizar la diversidad entre los cromosomas que conforman la población durante todo el proceso reemplazando solo un individuo (cromosoma), por cada ciclo generacional bajo unas condiciones de optimalidad y/o factibilidad establecidas.

De igual manera que el AG básico, el AGCB se vale de los operadores de selección, crossover y mutación antes expuestos y en el mismo orden. En este nuevo algoritmo algunos de ellos toman unas ligeras variaciones siendo la más notable la inclusión de una función que devuelva el grado de infactibilidad de una configuración que trabajará en conjunto con la función fitness. Dicho esto, el AGCB puede presentarse brevemente como el conjunto de los siguientes pasos:

- Generar una población inicial: al igual que su análogo básico, la población inicial en el AGCB puede darse como factible o no y el hecho de iniciar con individuos factibles resulta en mejores convergencias y menor tiempo computacional empleado. Sin embargo al iniciar dicho algoritmo se debe garantizar una buena diversidad entre los primeros individuos del proceso evolutivo. Normalmente se suele generar la población inicial con algoritmos inicializadores, que devuelvan de manera aleatoria individuos factibles con buenos índices de diversidad para mejores resultados.
- Garantizar una diversidad cromosómica mínima en una población es el factor más importante en el AGCB, por lo tanto desde la población inicial y en todos sus descendientes se debe cumplir que todos sus individuos se diferencian en al menos N posiciones (bits) entre sí, en donde N indica la diversidad misma, la cual será un parámetro de control del AGCB.
- Selección: este operador define las configuraciones padres de la próxima generación. En el AGCB se debe generar cada vez un solo individuo, es decir, seleccionar dos padres y hacerse de manera completamente aleatoria. El tipo de operador de selección que se ajusta a ello es la selección por torneo. Esta estrategia tiene como ventaja encontrar soluciones de alta calidad y garantizar diversidad en la población a lo largo de las generaciones. Para llevar a cabo la puntuación de cada individuo se hacen necesarias dos funciones: una es una función de adaptabilidad para adaptar el valor de la función objetivo y una función de penalización para cuantificar la infactibilidad de cada uno de dichos individuos. Normalmente esta última devuelve valores positivos directamente proporcionales al sobrepaso de una restricción y devuelve un valor cero o negativo cuando la configuración es totalmente factible. En esta etapa también debe identificarse el peor individuo de la población, lo cual se hace indagando quién de ellos posee peor valor de función de adaptación y/o peor valor de infactibilidad.
- Recombinación: los dos padres seleccionados en los dos torneos se emparejarán mediante la recombinación de un punto, dando como resultado dos descendientes genéticamente complementarios, de quienes se tendrá en cuenta sólo el mejor en cuanto a optimalidad y factibilidad; o también podrá

escogerse alguno de manera aleatoria. Este descendiente posteriormente será sometido a una evaluación para determinar si podrá entrar a la población para continuar con el proceso.

- Mutación: luego de conformados los dos nuevos descendientes se le aplica el operador de mutación de igual manera que en el AG básico. Para este caso, como tasa de mutación se suelen usar valores más elevados lo que significa mutaciones más sucesivas.
- Etapa de mejoramiento y evaluación del descendiente: después de la mutación, el individuo se somete a una etapa de mejoramiento que consiste en aplicar una técnica heurística constructiva para aumentar su calidad. La mejora se realiza con la finalidad de reducir la infactibilidad y de mejorar la calidad del individuo en cuestión. Después de realizar la etapa de mejoramiento se deben eliminar las configuraciones redundantes, por lo que el mejor descendiente resultante del paso anterior podrá reemplazar el peor individuo de la generación actual, de acuerdo a la decisión indicada por el siguiente diagrama de bloques, el cual está basado en criterios de optimalidad, diversidad y factibilidad.

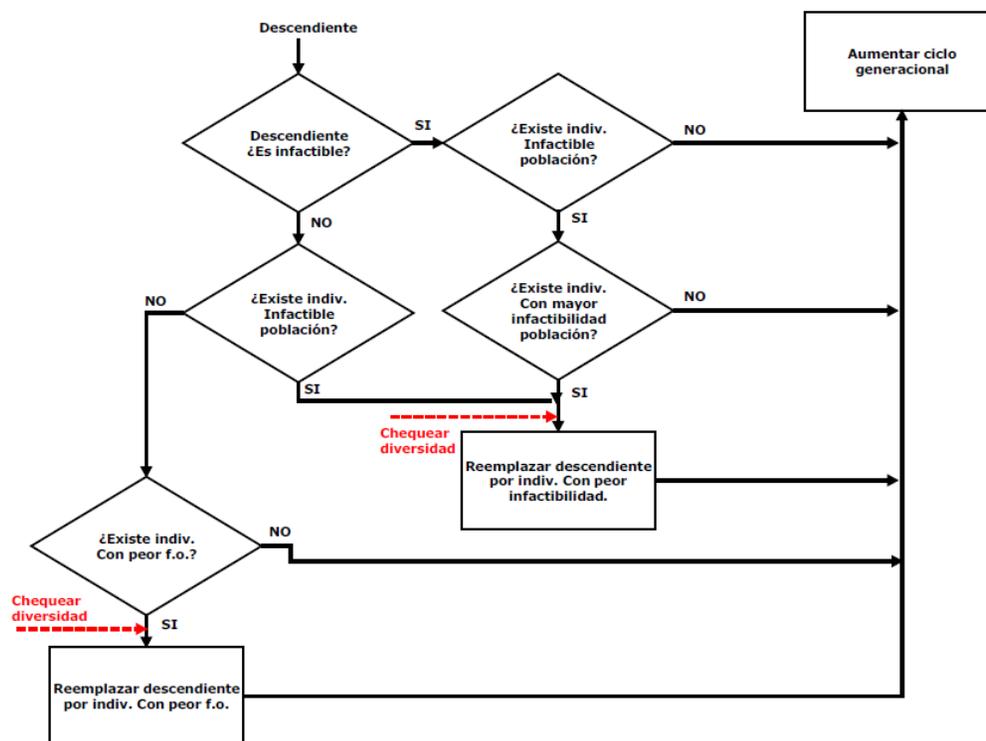


Figura A2.7. Criterio de escogencia de nuevo descendiente

El diagrama anterior obedece a los siguientes criterios para el reemplazo del nuevo descendiente por la peor configuración de la población:

- Preferencia por optimalidad: una configuración factible siempre es mejor que cualquier infactible, pero sólo es mejor que otra factible siempre y cuando esta última tenga peor función de adaptación.
- Preferencia por factibilidad: una configuración infactible es mejor que alguna otra infactible siempre y cuando esta última tenga mayor valor de función de infactibilidad.
- Preferencia por diversidad: si una configuración factible es de mejor calidad que todas las existentes en una población (mejor que la incumbente actual), así incumpla la diversidad mínima requerida, dicha configuración podrá entrar en la población y se deben eliminar las configuraciones en ella que no le

permitían entrar. Esto es conocido como criterio de aspiración. De lo contrario, si no es mejor que la incumbente actual, esta nueva configuración se descarta por incumplir la diversidad requerida. Este criterio se aplica en las fases de “Chequeo de diversidad” ubicados en la figura anterior.

#### A2.4.2. Variables de control del AGCB

Al igual que su análogo básico, el comportamiento del AGCB viene dado por los siguientes parámetros cuyos valores deben corresponder al tamaño del problema, los cuales determinarán la convergencia del proceso evolutivo. Estos son:

- Tamaño de población: el número de individuos por población.
- Tasa de mutación: indica la probabilidad de ocurrencia de mutación.
- Tasa de recombinación: indica la probabilidad de ocurrencia del cruzamiento.
- Índice de diversidad: es un número de posiciones mínimo en las que deben diferir todos los individuos de una población. Esto garantiza una búsqueda entre áreas del espacio no muy distantes.

#### A2.4.3. Diagrama de bloques del AGCB

En la siguiente figura se observa el diagrama de bloques del algoritmo genético de Chu-Beasley.

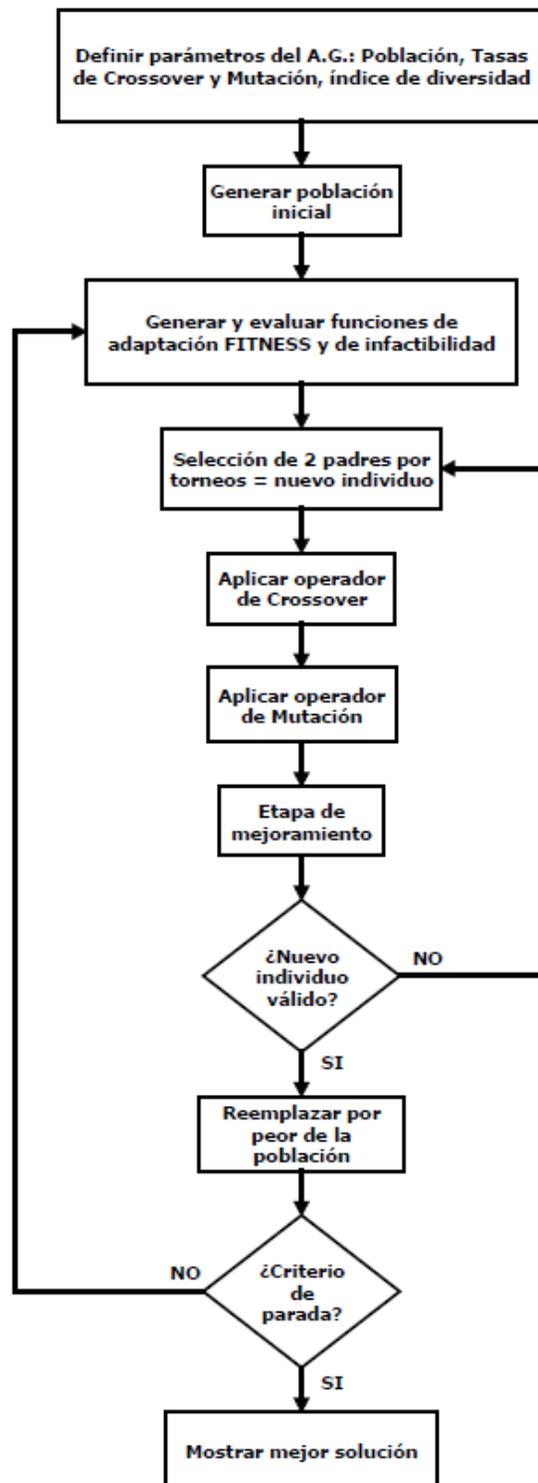


Figura A2.8. Algoritmo genético de Chu-Beasley

#### A2.5. BIBLIOGRAFÍA

- [A2.1]. Gallego, R.A., Escobar, A.H., Toro, E.M. “Técnicas metaheurísticas de optimización”. Universidad Tecnológica de Pereira. Segunda edición. Pereira, Julio de 2008.
- [A2.2]. Beasley, J.E. and Chu, P.C. “A Genetic Algorithm for the Generalized Assignment Problem.”, Computers Operations Research, 24(1), 17-23, 1997.

ANEXO 3: SISTEMAS DE PRUEBA

A3.1. Sistema IEEE de 37 nodos

La topología básica es mostrada en la Figura A3.1. Este sistema está totalmente descrito en [A3.1] y corresponde a un sistema real localizado en California constituido totalmente por líneas subterráneas. La totalidad de las cargas son de tipo residencial. Así mismo, contiene un transformador en condiciones desbalanceadas y un regulador en la subestación. El regulador y el transformador no son tenidos en cuenta en este estudio y son reemplazados por segmentos de línea como se muestra en la Tabla A3.1.

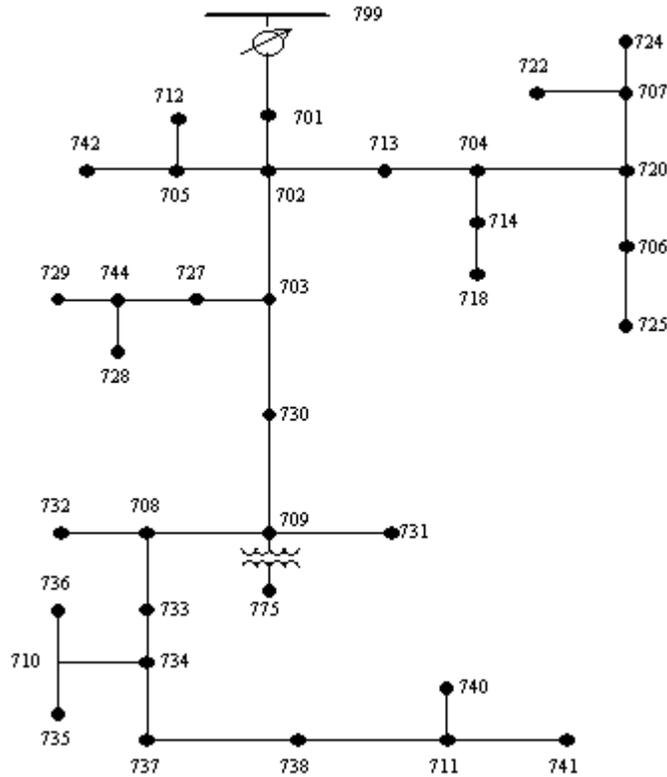


Figura A3.1. Sistema IEEE de 37 nodos

Tabla A3.1. Configuración de cables subterráneos

Configuración	Fases	Cable	ID : Tipo espaciamento	Capacidad I <sub>max</sub> [A]	Descripción gráfica
721	A B C	1,000,000 AA, CN	515	600	<p>ID - 515</p>
722	A B C	500,000 AA, CN	515	385	
723	A B C	2/0 AA, CN	515	200	
724	A B C	#2 AA, CN	515	135	

Tabla A3.2. Datos de segmentos de línea

Nodo envío		Nodo recibo		Longitud [pies]	Configuración Línea
Enumeración inicial	Reenumeración	Enumeración inicial	Reenumeración		
701	3	702	4	960	722
702	4	705	26	400	724
702	4	713	29	360	723
702	4	703	5	1320	722
703	5	727	6	240	724
703	5	730	10	600	723
704	30	714	31	80	724
704	30	720	33	800	723
705	26	742	28	320	724
705	26	712	27	240	724
706	34	725	35	280	724
707	36	724	38	760	724
707	36	722	37	120	724
708	12	733	14	320	723
708	12	732	13	320	724
709	11	731	24	600	723
709	11	708	12	320	723
710	16	735	17	200	724
710	16	736	18	1280	724
711	21	741	23	400	723
711	21	740	22	200	724
713	29	704	30	520	723
714	31	718	32	520	724
720	33	707	36	920	724
720	33	706	34	600	723
727	6	744	7	280	723
730	10	709	11	200	723
733	14	734	15	560	723
734	15	737	19	640	723
734	15	710	16	520	724
737	19	738	20	400	723
738	20	711	21	400	723
744	7	728	8	200	724
744	7	729	9	280	724
800	2	701	3	1850	721
775	25	709	11	0	724
799	1	800	2	0	721

Tabla A3.3. Matrices de Impedancia y admitancia por fase para cada configuración

Configuración 721						Configuración 722					
Z (R +jX) en Ohm por milla						Z (R +jX) en Ohm por milla					
0.2926	0.1973	0.0673	-0.0368	0.0337	-0.0417	0.4751	0.2973	0.1629	-0.0326	0.1234	-0.0607
		0.2646	0.1900	0.0673	-0.0368			0.4488	0.2678	0.1629	-0.0326
				0.2926	0.1973					0.4751	0.2973
B en uSiemens por milla						B en uSiemens por milla					
159.7919		0.0000		0.0000		127.8306		0.0000		0.0000	
		159.7919		0.0000				127.8306		0.0000	
				159.7919						127.8306	

Configuración 723						Configuración 724					
Z (R +jX) en Ohm por milla						Z (R +jX) en Ohm por milla					
1.2936	0.6713	0.4871	0.2111	0.4585	0.1521	2.0952	0.7758	0.5204	0.2738	0.4926	0.2123
		1.3022	0.6326	0.4871	0.2111			2.1068	0.7398	0.5204	0.2738
				1.2936	0.6713					2.0952	0.7758
B en uSiemens por milla						B en uSiemens por milla					
74.8405		0.0000		0.0000		60.2483		0.0000		0.0000	
		74.8405		0.0000				60.2483		0.0000	
				74.8405						60.2483	

Tabla A3.4. Datos de carga

Nodo	Modelo	kW	kVAr	kW	kVAr	kW	kVAr
701	D-PQ	140	70	140	70	350	175
712	D-PQ	0	0	0	0	85	40
713	D-PQ	0	0	0	0	85	40
714	D-I	17	8	21	10	0	0
718	D-Z	85	40	0	0	0	0
720	D-PQ	0	0	0	0	85	40
722	D-I	0	0	140	70	21	10
724	D-Z	0	0	42	21	0	0
725	D-PQ	0	0	42	21	0	0
727	D-PQ	0	0	0	0	42	21
728	D-PQ	42	21	42	21	42	21
729	D-I	42	21	0	0	0	0
730	D-Z	0	0	0	0	85	40
731	D-Z	0	0	85	40	0	0
732	D-PQ	0	0	0	0	42	21
733	D-I	85	40	0	0	0	0
734	D-PQ	0	0	0	0	42	21
735	D-PQ	0	0	0	0	85	40
736	D-Z	0	0	42	21	0	0
737	D-I	140	70	0	0	0	0
738	D-PQ	126	62	0	0	0	0
740	D-PQ	0	0	0	0	85	40
741	D-I	0	0	0	0	42	21
742	D-Z	8	4	85	40	0	0
744	D-PQ	42	21	0	0	0	0
Total	-----	727	357	639	314	1091	530

A3.2. Sistema IEEE de 13 nodos

En este sistema, el transformador y el interruptor son reemplazados por segmentos de línea, como se muestra en la Tabla A3.5. Es un sistema que contiene líneas aéreas y subterráneas, así como diferentes tipos y conexiones de carga. Tensión nominal 4.16 kV.

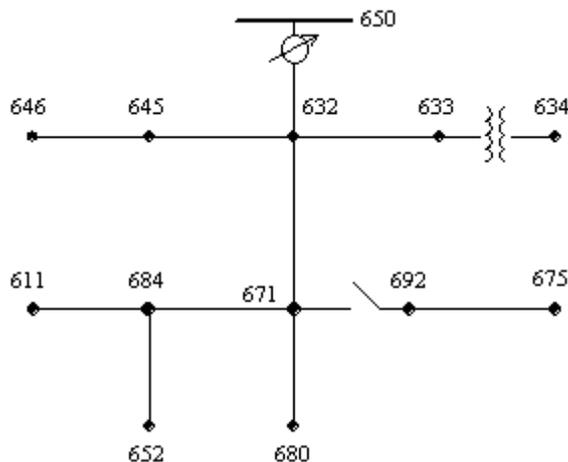


Figura A3.2. Sistema IEEE de 13 nodos

Tabla A3.5. Datos de segmentos de línea

Nodo envío	Nodo recibo	Longitud [pies]	Configuración Línea
632	645	500	603
632	633	500	602
633	634	500	602
645	646	300	603
650	632	2000	601
684	652	800	607
632	671	2000	601
671	684	300	604
671	680	1000	601
671	692	500	606
684	611	300	605
692	675	500	606

Tabla A3.6. Datos de segmentos de línea

Configuración	Fases	Cable	Neutro	ID : Tipo espaciamento
601	B A C N	556,500 26/7	4/0 6/1	500
602	C A B N	4/0 6/1	4/0 6/1	500
603	C B N	1/0	1/0	505
604	A C N	1/0	1/0	505
605	C N	1/0	1/0	510
606	A B C N	250,000 AA, CN	-----	515
607	A N	1/0 AA, TS	1/0 Cu	520

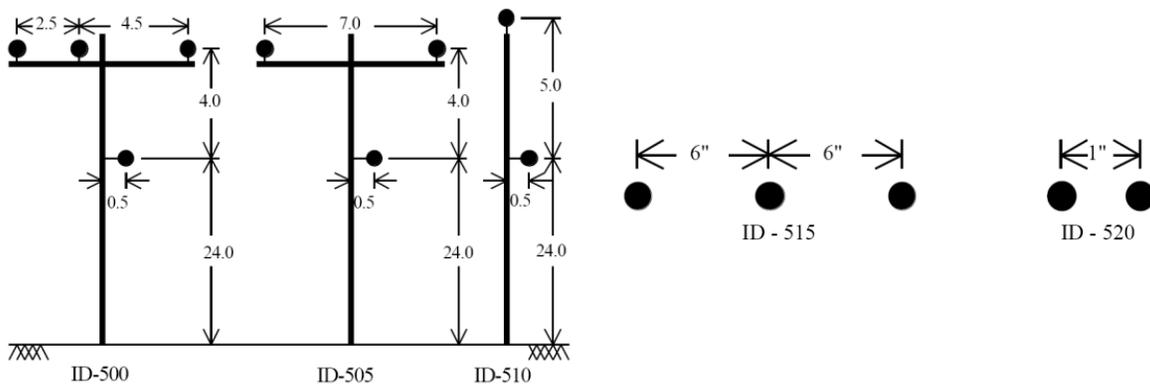


Figura A3.3. Descripción gráfica

Tabla A3.7. Datos de carga

Nodo	Carga	Ph-1	Ph-1	Ph-2	Ph-2	Ph-3	Ph-3
	Modelo	kW	kVAr	kW	kVAr	kW	kVAr
634	Y-PQ	160	110	120	90	120	90
645	Y-PQ	0	0	170	125	0	0
646	D-Z	0	0	230	132	0	0
652	Y-Z	128	86	0	0	0	0
671	D-PQ	385	220	385	220	385	220
675	Y-PQ	485	190	68	60	290	212
692	D-I	0	0	0	0	170	151
611	Y-I	0	0	0	0	170	80
TOTAL	-----	1158	606	973	627	1135	753

Tabla A3.8. Matrices de Impedancia y admitancia por fase para cada configuración

Configuración 601					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
0.3465	0.0179	0.1560	0.5017	0.1580	0.4236
		0.3375	1.0478	0.1535	0.3849
				0.3414	1.0348
B en uSiemens por milla					
6.2998		-1.9958		-1.2595	
		5.9597		-0.7417	
				5.6386	

Configuración 602					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
0.7526	1.1814	0.1580	0.4236	0.1560	0.5017
		0.7475	1.1983	0.1535	0.3849
				0.7436	1.2112
B en uSiemens por milla					
5.6990		-1.0817		-1.6905	
		5.1795		-0.6588	
				5.4246	

Configuración 603					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		1.3294	1.3471	0.2066	0.4591
				1.3238	1.3569
B en uSiemens por milla					
0.0000		0.0000		0.0000	
		4.7097		-0.8999	
				4.6658	

Configuración 604					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
1.3238	1.3569	0.0000	0.0000	0.2066	0.4591
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				1.3294	1.3471
B en uSiemens por milla					
4.6658		0.0000		-0.8999	
		0.0000		0.0000	
				4.7097	

Configuración 605					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				1.3292	1.3475
B en uSiemens por milla					
0.0000		0.0000		0.0000	
		0.0000		0.0000	
				4.5193	

Configuración 606					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
0.7982	0.4463	0.3192	0.0328	0.2849	-0.0143
		0.7891	0.4041	0.3192	0.0328
				0.7982	0.4463
B en uSiemens por milla					
96.8897		0.0000		0.0000	
		96.8897		0.0000	
				96.8897	

Configuración 607					
Z (R +jX) en Ohm por milla					
1.3425	0.5124	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				0.0000	0.0000
B en uSiemens por milla					
88.9912		0.0000		0.0000	
		0.0000		0.0000	
				0.0000	

A3.3. Sistema de prueba de 21 nodos

Este sistema corresponde a una red primaria de distribución con tensión nominal de 13.8 kV.

Tabla A3.9. Sistema de de prueba

Envío	Recibo	Tipo de conductor inicial	Longitud [km]	P <sub>recibo</sub> [kW]	Q <sub>recibo</sub> [kVAr]
0	1	2	0.28	147	118
1	2	2	0.32	147	103
2	3	2	0.37	290	182
3	4	2	0.28	206	154
4	5	2	0.06	154	120
5	6	2	0.23	147	118
6	7	2	0.19	149	112
7	8	2	0.14	221	162
8	9	2	0.28	279	206
9	10	2	0.28	164	126
10	11	2	0.37	144	117
11	12	2	0.56	147	110
12	13	1	0.13	132	98
13	14	1	0.35	118	88
14	15	1	0.37	147	110
15	16	1	0.09	191	143
16	17	1	0.12	74	54
17	18	1	0.06	194	76
18	19	1	0.18	147	110
19	20	1	0.21	196	132

A3.4. Sistema de prueba de 19 nodos

Este sistema corresponde a un ramal secundario de distribución de 19 nodos y 18 líneas, con tensión nominal de 208V. Se presentan dos versiones de este sistema, en cuanto a la configuración de las cargas. La primera, usada en repotenciación con cargas trifásicas conectadas a cada nodo y modeladas como impedancia constante y distribuidas según la Tabla A3.10. La segunda versión, usada en balance de fases, consiste en asignarle un tipo de carga diferente a la carga de cada fase (modelo ZIP), independizar cada carga y reubicarla en diferentes fases a fin de producir un mayor desbalance en el sistema original. Esta configuración se muestra en la Tabla A3.11.

Tabla A3.10. Datos de las cargas de la red secundaria (sistema usado en repotenciación)

Nodo	PA [kW]	QA [kVAr]	PB [kW]	QB [kVAr]	PC [kW]	QC [kVAr]	Nodo	PA [kW]	QA [kVAr]	PB [kW]	QB [kVAr]	PC [kW]	QC [kVAr]
1	0.44	0.21	0.47	0.23	0.51	0.25	10	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
2	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74	11	2.61	1.27	2.83	1.37	3.05	1.48
3	2.18	1.05	2.36	1.14	2.54	1.23	12	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
4	2.61	1.27	2.83	1.37	3.05	1.48	13	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74
5	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98	14	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98
6	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74	15	0.87	0.42	0.94	0.46	1.02	0.49
7	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98	16	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98
8	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74	17	0.44	0.21	0.47	0.23	0.51	0.25
9	1.31	0.63	1.42	0.69	1.52	0.74	18	1.74	0.84	1.89	0.91	2.03	0.98

Tabla A3.11. Datos de las cargas de la red secundaria (sistema usado en balance de fases)

Nodo	ZIP	PA [kW]	QA [kVAr]	PB [kW]	QB [kVAr]	PC [kW]	QC [kVAr]
1	PQ	0.44	0.21	0	0	0	0
1	I	0	0	0.47	0.23	0	0
1	Z	0	0	0	0	0.51	0.25
2	PQ	0	0	0	0	1.31	0.63
2	I	0	0	0	0	1.42	0.69
2	Z	0	0	0	0	1.52	0.74
3	PQ	0	0	0	0	2.18	1.05
3	I	0	0	0	0	2.36	1.14
3	Z	0	0	0	0	2.54	1.23
4	PQ	2.61	1.27	0	0	0	0
4	I	0	0	2.83	1.37	0	0
4	Z	0	0	0	0	3.05	1.48
5	PQ	1.74	0.84	0	0	0	0
5	I	0	0	1.89	0.91	0	0
5	Z	0	0	0	0	2.03	0.98
6	PQ	0	0	0	0	1.31	0.63
6	I	0	0	0	0	1.42	0.69
6	Z	0	0	0	0	1.52	0.74
7	PQ	0	0	0	0	1.74	0.84
7	I	0	0	0	0	1.89	0.91
7	Z	0	0	0	0	2.03	0.98
8	PQ	1.31	0.63	0	0	0	0
8	I	1.42	0.69	0	0	0	0
8	Z	1.52	0.74	0	0	0	0
9	PQ	1.31	0.63	0	0	0	0
9	I	0	0	1.42	0.69	0	0
9	Z	0	0	0	0	1.52	0.74
10	PQ	1.31	0.63	0	0	0	0
10	I	0	0	1.42	0.69	0	0
10	Z	0	0	0	0	1.52	0.74
11	PQ	2.61	1.27	0	0	0	0
11	I	0	0	2.83	1.37	0	0
11	Z	0	0	0	0	3.05	1.48
12	PQ	1.31	0.63	0	0	0	0
12	I	0	0	1.42	0.69	0	0
12	Z	0	0	0	0	1.52	0.74
13	PQ	1.31	0.63	0	0	0	0
13	I	0	0	1.42	0.69	0	0
13	Z	0	0	0	0	1.52	0.74
14	PQ	1.74	0.84	0	0	0	0
14	I	0	0	1.89	0.91	0	0
14	Z	0	0	0	0	2.03	0.98
15	PQ	0.87	0.42	0	0	0	0
15	I	0	0	0.94	0.46	0	0
15	Z	0	0	0	0	1.02	0.49
16	PQ	1.74	0.84	0	0	0	0
16	I	1.89	0.91	0	0	0	0
16	Z	2.03	0.98	0	0	0	0
17	PQ	0.44	0.21	0	0	0	0
17	I	0	0	0.47	0.23	0	0
17	Z	0	0	0	0	0.51	0.25

18	PQ	1.74	0.84	0	0	0	0
18	I	0	0	1.89	0.91	0	0
18	Z	0	0	0	0	2.03	0.98

Tabla A3.12. Matrices de impedancias para los dos tipos de conductores [  $\Omega/\text{km}$  ]

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 0.6810 + j0.6980 & 0.0600 + j0.0780 & 0.0600 + j0.0500 \\ 0.0600 + j0.0780 & 0.6810 + j0.6980 & 0.0600 + j0.0360 \\ 0.0600 + j0.0500 & 0.0600 + j0.0360 & 0.6810 + j0.6980 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 0.5072 + j0.4609 & 0.0560 + j0.0640 & 0.0560 + j0.0450 \\ 0.0560 + j0.0640 & 0.5072 + j0.4609 & 0.0560 + j0.0320 \\ 0.0560 + j0.0450 & 0.0560 + j0.0320 & 0.5072 + j0.4609 \end{bmatrix}$$

La capacidad de corriente de los conductores de tipo Z1 y Z2 es de 245A y 305A respectivamente

Tabla A3.13. Datos de las líneas de la red secundaria

Envío	Recibo	Longitud [m]	Tipo de conductor
0	1	8	1
1	6	9	1
6	12	17	1
1	2	8	1
2	3	18	1
3	4	26	1
4	5	16	1
6	13	9	1
13	14	17	1
14	15	22	1
15	16	24	1
15	17	30	1
17	18	18	1
6	7	23	1
7	8	23	1
8	9	15	1
6	10	26	1
10	11	26	1

### A3.5. Sistema IEEE de 33 nodos

Los datos de este sistema se presentan en la Tabla A3.14.

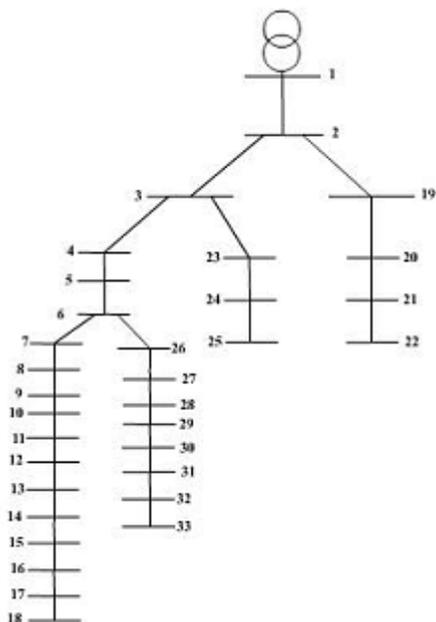


Figura A3.4. Sistema de prueba de 33 nodos

Estos datos se pueden encontrar en [A3.2]. Se debe aclarar que los datos de potencia demandada están asociados al nodo de recibo.

Tabla A3.14. Datos del sistema de 33 nodos

ENVIO	RECIBO	R [ohm/Km]	X [ohm/Km]	Longitud [km]	P [kW]	Q [kVAr]
1	2	0,0922	0,0477	1	100	60
2	3	0,493	0,2511	1	90	40
3	4	0,366	0,1864	1	120	80
4	5	0,3811	0,1941	1	60	30
5	6	0,819	0,707	1	60	20
6	7	0,1872	0,6188	1	200	100
7	8	1,7114	1,2351	1	200	100
8	9	1,03	0,74	1	60	20
9	10	1,04	0,74	1	60	20
10	11	0,1996	0,065	1	45	30
11	12	0,3744	0,1238	1	60	35
12	13	1,468	1,155	1	60	35
13	14	0,5416	0,7129	1	120	80
14	15	0,591	0,526	1	60	10
15	16	0,7463	0,545	1	60	20
16	17	1,289	1,721	1	60	20
17	18	0,732	0,574	1	90	40
2	19	0,164	0,1565	1	90	40
19	20	1,5042	1,3554	1	90	40
20	21	0,4095	0,4784	1	90	40
21	22	0,7089	0,9373	1	90	40

3	23	0,4512	0,3083	1	90	50
23	24	0,898	0,7091	1	420	200
24	25	0,896	0,7011	1	420	200
6	26	0,203	0,1034	1	60	25
26	27	0,2842	0,1447	1	60	25
27	28	1,059	0,9337	1	60	20
28	29	0,8042	0,7006	1	120	70
29	30	0,5075	0,2585	1	200	600
30	31	0,9744	0,963	1	150	70
31	32	0,3105	0,3619	1	210	100
32	33	0,341	0,5302	1	60	40

## A3.6. Sistema IEEE de 9 nodos

Este sistema corresponde a una red existente de 9 nodos con tensión nominal de 23 kV [A3.3].

Tabla A3.15. Datos nodales

Nodo	Carga trifásica [kW]	Carga trifásica [kVAr]
1	1640	200
2	980	130
3	1150	60
4	780	110
5	1610	600
6	1598	1840
7	1790	446
8	980	340
9	1840	150
TOTAL	12368	4186

Tabla A3.16. Datos de las líneas

Nodo inicial	Nodo final	Longitud [millas]	Conductor	R [Ohm]	X [Ohm]
1	2	3.90	4 Cu	5.3434	3.0264
2	3	3.50	4 Cu	4.7953	2.7160
3	4	1.50	4 Cu	.0552	0.1640
4	5	1.05	2 Cu	0.9053	0.7886
5	6	2.30	2 Cu	1.9831	1.7276
6	7	0.81	2 Cu	0.6984	0.6084
7	8	1.70	2/0 Cu	0.7463	1.2050
8	9	0.88	336.4 Al	0.0140	0.6051
9	Subestación	0.63	300 Cu	0.1233	0.4127

A3.7. Sistema IEEE de 33 nodos - modificado

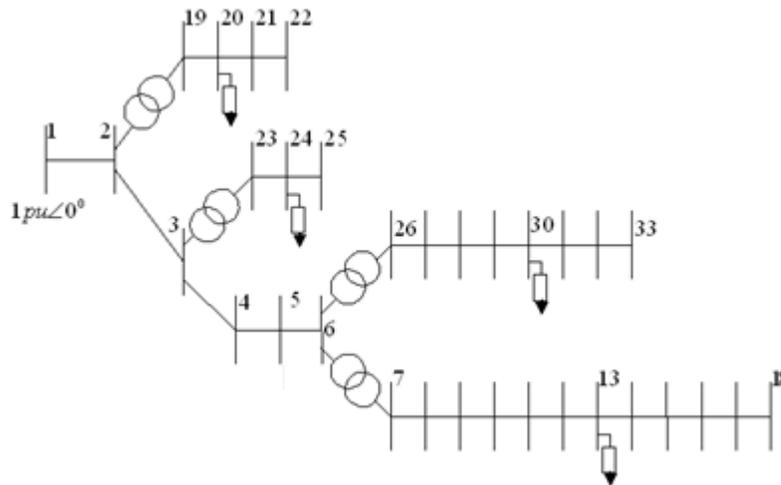


Figura A3.5. Sistema de prueba de 33 nodos - modificado

Los datos del sistema son los mismos que los mostrados en la Tabla A3.14. La impedancia de cortocircuito en pu de cada transformador se asume igual a la impedancia de la línea mostrada en la Tabla A3.14, correspondiente al segmento del transformador. Las barras habilitadas para inyección de reactivos  $sh = \{13, 20, 24, 30\}$ . La potencia base empleada es 100 kVA.

Los costos de inyección de potencia reactiva capacitiva ( $C_1$ ) y reactiva inductiva ( $C_2$ ), para cada nodo que pertenece al conjunto de barras habilitadas  $sh$ , así como las capacidades máximas de inyección, son mostrados en la siguiente tabla.

Tabla A3.17. Información nodal sobre inyección de reactivos

Nodo	$C_1$ [\$UM]	$C_2$ [\$UM]	$Y_{1\max}$ [pu]	$Y_{2\max}$ [pu]
13	8	8	2	2
20	8	8	1.5	1.5
24	2	2	0.5	0.5
30	7	7	1	1

A3.8. BIBLIOGRAFÍA

- [A3.1]. <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders.html>
- [A3.2]. B. Venkatesh, RAKESH Ranjan, H. B. Gooi. Optimal Reconfigurations of Radial Distribution System to Maximize Loadability. IEEE Transactions on Power Systems. Vol 19. No. 1, February 2004
- [A3.3]. J. J. Grainger, S. H. Lee. "Capacity release by shunt capacitor placement on distribution feeders: a new voltage-dependent model", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 5 May 1982