

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

**IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA**

**NOMBRE:** ANÁLISIS COMPLEJO  
**CÓDIGO:** FA1D5  
**PROGRAMA ACADÉMICO:** MAESTRÍA EN MATEMÁTICA  
**TIPO:** TEÓRICO

**1. OBJETIVOS**

1.1 Objetivos generales

Presentar al estudiante de la maestría en enseñanza de las matemáticas la herramienta fundamental que provee el análisis de las funciones de una variable compleja, para resolver y plantear problemas familiarizándose con algunas de sus técnicas. Resaltar la importancia de la clase de funciones analíticas, haciendo un estudio detallado de sus principales propiedades y aplicaciones.

1.2 Objetivos específicos

- 1.2.1 Breve repaso de los números complejos.
- 1.2.2 Derivación compleja.
- 1.2.3 Series de potencias, Taylor y Laurent.
- 1.2.4 Funciones elementales.
- 1.2.5 Integración compleja.
- 1.2.6 Teoría de Cauchy.
- 1.2.7 Teorema de los residuos.
- 1.2.8 Transformaciones conformes.

**2 CONTENIDO**

- 2.1 Números complejos: Definición. Conjugación. Valor absoluto. Forma Polar. Potencias y raíces. Topología y continuidad. Esfera de Riemann. Homografías.
- 2.2 Funciones de variable compleja: Límite y continuidad. Derivabilidad y Holomorfia. Regla de la cadena, derivada de la inversa. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones armónicas y funciones armónicas conjugadas. Aplicaciones conformes.
- 2.3 Sucesiones y series en el campo complejo: Series numéricas, criterios de convergencia. Series de funciones: convergencia puntual, puntual absoluta, uniforme y normal. Criterio de Weierstrass. Series de potencias. Convergencia absoluta. Lema de Abel. Radio de convergencia. Holomorfia de las funciones analíticas.
- 2.4 Funciones elementales: La función exponencial en el campo complejo. Propiedades, caracterización. Funciones trigonométricas. Determinaciones del logaritmo complejo.
- 2.5 Integración de funciones de variable compleja: Definición de integrales curvilíneas y propiedades. El Teorema de Cauchy-Goursat para rectángulos. El teorema de Cauchy para el disco. Teorema de Morera. Índice de una curva respecto de un punto, propiedades. La fórmula integral de Cauchy, derivadas sucesivas. Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema fundamental del álgebra.
- 2.6 Desarrollo de Taylor: Analiticidad de las funciones holomorfas. Ceros de funciones analíticas, orden y aislación de los ceros.
- 2.7 Principio del módulo máximo. Teorema de la aplicación abierta. Funciones inversas. Aplicación a los principios del máximo y del mínimo de funciones armónicas. Lema de Schwarz, aplicaciones.
- 2.8 Forma general del Teorema de Cauchy: Simple conexión. Curvas homotópicas. Teorema generalizado de Cauchy.

- 2.9 Singularidades aisladas: Desarrollo en serie de Laurent, región de convergencia. Clasificación de singularidades aisladas: evitable, polo, esencial. Estudio de polos. Teorema de Casorati- Weierstrass. Singularidad en el infinito.
- 2.10 Residuos: Forma general del teorema de los residuos. Derivada logarítmica y su integral en un arco cerrado, Teorema de Rouché. Aplicaciones. Funciones meromorfas en la esfera de Riemann. Cálculo de integrales por el método de los residuos.
- 2.11 Convergencia uniforme sobre compactos: El espacio de funciones holomorfas en un abierto conexo. Convergencia normal. Teorema de Montel, consecuencias. Series de funciones meromorfas. Ejemplos.
- 2.12 Productos infinitos numéricos y de funciones holomorfas. El teorema de Weierstrass. Meromorfa = cociente de holomorfas. Ejemplos. La función Gamma. La función Zeta de Riemann.
- 2.13 Representación conforme: El teorema fundamental de Riemann. Descripción de los biholomorfismos del plano, del disco y del semiplano superior.

### 3 METODOLOGÍA

Se trabajarán los conceptos involucrados en cada uno de los tópicos mediante clase magistral, desarrollo de ejercicios propuestos por el profesor y revisión de los mismos en los textos disponibles así como en páginas de matemáticas disponibles en la WEB por parte de los estudiantes en compañía del profesor.

### 4 EVALUACIÓN

Para evaluar el curso se tendrán en cuenta:

- Trabajos presentados por escrito y sustentados: 20 %
- Dos parciales de igual valor: 40% cada uno.

### 5 BIBLIOGRAFÍA

- 5.1 Ahlfors, L. V: Complex Analysis, Mc.Graw-Hill Book Co. (1979).
- 5.2 RUDIN, W., "ANÁLISIS REAL Y COMPLEJO", (TERCERA EDICIÓN), MC GRAW-HILL, MÉXICO, 1987.
- 5.3 Bak, J. & Newman, D: Complex Analysis, Second edition, Springer-Verlag (1997).
- 5.4 MARKUSHEVICH, A.: "Teoría de las funciones analíticas". Mir, Moscú, 1970.
- 5.5 Cartan, H: Teoría Elemental de las Funciones Analíticas de Una y Varias Variables Complejas. Versión en inglés: Elementary Theory of Analytic Functions of One or Several Variables, Dover Publications (1995).
- 5.6 Conway, J.B: Functions of One Complex Variable, Second edition, Springer-Verlag (1978).
- 5.7 Greene, R. & Krantz, S.: Function Theory of One Complex Variable, J. Wiley and Sons (1997).
- 5.8 Markushevich, A.: Teoría de las Funciones Analíticas, Tomos I y II, Segunda edición, Ed. Mir (1970).