GUÍAS DE FÍSICA EXPERIMENTAL III

(INGENIERÍAS Y TECNOLOGÍAS)



DEPARTAMENTO DE FÍSICA FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Guías realizadas por los profesores del Departamento de Física:

Arcos Velasco Héctor Iván Cruz Muñoz Beatriz Holguín Tabares Carlos Arturo Marín Ramírez William Medina Milton Humberto Quiroga Hurtado John Ramírez Ramírez Ramiro Riascos Landázury Henry Zuluaga Hernández Raul Antonio

Cuarta edición Revisada

ISBN 958-8065-25-9

Agosto 2011

INTRODUCCIÓN

Este libro texto titulado "Guías de Física Experimental III", recoge la experiencia acumulada a través de varios años de trabajo por parte de un grupo de profesores pertenecientes al departamento de física de la Universidad Tecnológica de Pereira en el ejercicio de la cátedra Laboratorio de física III, la cual hace parte de los programas de Ingeniería y de la Licenciatura en matemáticas y física de esta misma universidad. Esta última versión ha incluido mejoras en redacción, gráficos y la inclusión de nuevas prácticas sistematizadas con la ayuda de software experimental comprado a las empresas PASCO y LEYBOLD.

El libro no solamente está constituido por un conjunto de experimentos de laboratorio que cubren tópicos de oscilaciones, ondas, óptica y física moderna, sino que además se da la fundamentación teórica necesaria para la contextualización de cada práctica por parte del alumno y las herramientas necesarias para la realización de los experimentos.

El texto está diseñado para ser utilizado en el curso Laboratorio de física III continuando la línea metodológica establecida en la orientación de los laboratorios I y II que ofrece el departamento de física, línea en la cual se incluyen elementos de metrología como parte esencial del proceso experimental.

Los autores

Contenido

1	Pén	idulo físico	6
	1.1	Objetivos	6
	1.2	Preinforme	6
	1.3	Fundamento Teórico	6
		1.3.1 Péndulo equivalente	9
		1.3.2 Propiedad de reversibilidad	9
	1.4	Materiales	13
	1.5	Precauciones	15
	1.6	Procedimiento	15
	1.7	Análisis	16
2	Pén	idulos Acoplados	17
	2.1	Objetivos	17
	2.2	Preinforme	17
	2.3	Fundamento Teórico	17
	2.4	Materiales	19
	2.5	Precauciones	20
	2.6	Procedimiento	20
	2.7	Análisis	23
•	0		~ (
3	Osc	ilaciones de una cuerda tensa	24
	3.1	Objetivos	24
	3.2	Preinforme	24
	3.3	Fundamento Teórico	24
	3.4	Materiales	27
	3.5	Precauciones	27
	3.6	Procedimiento	29
	3.7	Toma de datos	31
	3.8	Análisis	32
4	One	las estacionarias en una columna de aire	34
-	4.1	Objetivos	34
		-	

	4.2	Preinforme	34
	4.3	Fundamento Teórico	34
	4.4	Materiales	37
	4.5	Precauciones	37
	4.6	Procedimiento	38
		4.6.1 Frecuencias de resonancia de un Tubo abierto	38
		4.6.2 Frecuencias de resonancia de un Tubo cerrado	39
	4.7	Análisis	40
5	Ópt	tica Geométrica	41
	5.1	Objetivos	41
	5.2	Preinforme	41
	5.3	Fundamento Teórico	41
		5.3.1 Lev de propagación rectilínea de la luz	42
		5.3.2 Lev de reflexión de la luz	42
		5.3.3 Lev de refracción de la luz	43
		5.3.4 Lev de independencia de los haces luminosos	44
	5.4	Recomendaciones	45
	5.5	Materiales	45
	5.6	Procedimiento	45
		5.6.1 Suma de Colores	45
		5.6.2 Ley de Snell	47
		5.6.3 Óptica Geométrica	49
6	Difi	racción de la luz	53
	6.1	Objetivos	53
	6.2	Preinforme	53
	6.3	Materiales	53
	6.4	Fundamento Teórico	54
		6.4.1 Difracción de Fraunhofer por una rendija rectangular	54
		6.4.2 Difracción de Fraunhofer por una rendija doble	55
		6.4.3 Difracción por múltiples rendijas - Rejillas	56
	6.5	Procedimiento	57
		6.5.1 Difracción por una rendija rectangular	57
		6.5.2 Difracción por rendija doble	60
		6.5.3 Múltiples rendijas de Difracción	61
		6.5.4 Transferencia de Datos	61
	6.6	Análisis	61
7	Rac	liación térmica	64
	7.1	Objetivos	64
	7.2	Preinforme	64

	7.3	Materiales	64
	7.4	Fundamento Teórico	65
	7.5	Procedimiento	68
		7.5.1 Ley de Stefan-Boltzmann a altas temperaturas	68
		7.5.2 Ley del cuadrado inverso	70
		7.5.3 Introducción a la radiación térmica	72
	7.6	Análisis	75
		7.6.1 Ley de Stefan-Boltzmann a altas temperaturas	75
		7.6.2 Lev del cuadrado inverso	77
		7.6.3 Introducción a la radiación térmica	77
8	Efoc	to fotooléctrico	20
0	8 1	Objetivos	90 80
	8.2	Proinformo	20 80
	8.3		20 80
	0.0 Q 1		90 91
	0.4 8 5	Fundamento Teórico	91 91
	0.0	Fundamento reorico \dots	00 01
	86	8.5.1 El equipo n/e de l'asco	34 92
	0.0	Floceumiento \dots	ა . თ
		8.6.2 Parte P. Dependencia del potencial de frene de V. con re	55
		8.0.2 Parte D. Dependencia del potencial de frenado v_0 con re-	01
	87	Apólicia	94 94
	0.1		54
9	\mathbf{Exp}	erimento de Franck - Hertz	36
	9.1	Objetivos	86
	9.2	Preinforme.	86
	9.3	Materiales	86
	9.4	Precauciones	87
	9.5	Fundamento Teórico	87
	9.6	Procedimiento	89
		9.6.1 Calentamiento del Horno	89
	9.7	Análisis	90
10	Esp	ectroscopía Optica	92
	10.1	Objetivos	92
	10.2	Preinforme	92
	10.3	Materiales	92
	10.4	Precauciones	94
	10.5	Fundamento Teórico	94
	10.6	Procedimiento	36
	10.7	Análisis	98

3

001		TINT	TD	\sim
(())	VI	HUN		()
COL			ID	$\mathbf{\nabla}$

10.8	Preguntas
11 Rad	ioactividad 100
11.1	Objetivos
11.2	Preinforme
11.3	Materiales
11.4	Precauciones
11.5	Fundamento Teórico
11.6	Procedimiento
	11.6.1 Operacion de tubo GEIGER
	11.6.2 Radiación de fondo
	11.6.3 Ley del cuadrado inverso con la distancia
	11.6.4 Absorción de radiación y medición de la energía de decaimiento
	β
11.7	Análisis
12 Med	lición de la carga del electrón 108
12.1	Objetivos
12.2	Preinforme
12.3	Materiales
12.4	Fundamento Teórico
12.5	Procedimiento
12.6	Análisis

CICLO I: OSCILACIONES Y ONDAS



DEPARTAMENTO DE FÍSICA FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Laboratorio 1

Péndulo físico

1.1 Objetivos

- 1. Estudiar el comportamiento del péndulo físico.
- 2. Determinar la aceleración de la gravedad.

1.2 Preinforme

- 1. Exprese y explique el teorema de ejes paralelos.
- 2. ¿A qué se denomina radio de giro? Expréselo en términos del momento de inercia para un eje que pase por el centro de masa (C.M.).

1.3 Fundamento Teórico

Un péndulo físico es un cuerpo rígido que puede girar libremente alrededor de un eje tal como se muestra en la Figura (1.1). Cuando el cuerpo se separa de la posición de equilibrio y se suelta, presentará un movimiento oscilatorio. Empleando la ecuación de la dinámica rotacional:

$$\vec{\tau}_A = I_A \vec{\alpha} \tag{1.1}$$

se puede hallar la ecuación de movimiento, donde:

 τ_A : Momento o torque alrededor de A (Análogo rotacional de la fuerza). I_A : Momento de inercia del cuerpo alrededor de A (Análogo de la masa). α : Aceleración angular del cuerpo (Análogo de la aceleración lineal).



Figura 1.1: Diagrama de fuerzas péndulo físico.

El peso del cuerpo $M\vec{g}$, aplicado al centro de masa, produce un momento respecto a un eje de rotación que pasa por el punto A, dado por:

$$\vec{\tau}_A = \vec{h} \times M\vec{g} \tag{1.2}$$

Donde:

M: Masa total del cuerpo rígido.

 $h{:}$ Distancia entre el punto de suspensión A y el centro de masa.

Utilizando la definición de producto vectorial y tomando como positivo el movimiento de rotación en sentido contrario al de las manecillas del reloj, se obtiene:

$$\tau_a = -Mgh \; Sen\varphi$$

Siendo φ el ángulo entre los vectores \vec{h} y $M\vec{g}.$

De la definión de aceleración angular tenemos:

$$\alpha = \ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Entonces de (1.1) y (1.2):

$$\alpha = \ddot{\varphi} = -\frac{Mgh \; Sen\varphi}{I_A}.$$

Para pequeñas oscilaciones se asume válida la aproximación:

$$Sen\varphi \cong \varphi,$$

con lo cual:

 $\ddot{\varphi} + \frac{Mgh}{I_A}\varphi = 0 \tag{1.3}$

definiendo:

 $\omega^2 \equiv \frac{Mgh}{I_A}$

se obtiene:

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0. \tag{1.4}$$

La cual tiene la misma estructura de la ecuación del oscilador armónico, donde ω es la frecuencia angular de oscilación. Como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

el período de oscilación será:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_A}{Mgh}}.$$
(1.5)

Utilizando el teorema de ejes paralelos:

$$I_A = I_0 + Mh^2,$$

donde I_0 es el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el centro de masa (C.M).

Por definición $I_0 = MK_0^2$, con lo cual:

$$I_A = MK_0^2 + Mh^2$$

siendo K_0 el radio de giro.

Volviendo a (1.5) se tiene en definitiva la siguiente expresión para el período de oscilación del péndulo físico:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K_0^2 + h^2}{gh}}.$$
 (1.6)

Esta ecuación expresa el período en términos de la geometría del cuerpo. Ésta muestra que T es independiente de la masa, dependiendo únicamente de la distribución de masa medida por K_0 y de la localización al eje de suspensión (especificado por h). Ya que K_0 para cualquier cuerpo rígido es una constante, el período T de cualquier péndulo físico es función sólo de h.

1.3.1 Péndulo equivalente

Recordando la ecuación del péndulo simple:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},\tag{1.7}$$

al compararla con la ecuación (1.6) se observa que el período de un péndulo físico suspendido de un eje a una distancia h del centro de gravedad es igual al período de un péndulo simple, de longitud dada por:

$$L = \frac{K_0^2 + h^2}{h} = h + \frac{K_0^2}{h}.$$
(1.8)

El péndulo simple cuyo período es el mismo que el dado por un péndulo físico, es llamado **péndulo simple equivalente**.

1.3.2 Propiedad de reversibilidad

Es conveniente especificar la localización del eje de suspensión que pasa por el punto A, en términos de la distancia desde el extremo superior de la barra, en lugar de su distancia h medida desde el centro de masa.

Si las distancias s_1 , s_2 y D (Fig. 1.2) son medidas desde el extremo superior, la distancia h_1 debe ser considerada negativa ya que está medida desde el C.M. Así, si D es la distancia fija desde extremo superior de la barra al C.M.,

$$s_1 = D - h_1$$



Figura 1.2: Distancias a medir.



Figura 1.3: Período en función de la distancia al centro de masa.

$$s_2 = D + h_2$$

y en general:

$$s_i = D + h_i$$

donde i = 1, 2. Sustituyendo esta relación en la ecuación (1.6) se obtiene:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K_0^2 + (s_i - D_i)^2}{g(s_i - D_i)}}.$$
(1.9)

La relación entre T y s_i expresada por la ecuación (1.9) puede mostrarse mejor gráficamente.

Cuando T es trazada como una función de s, un par de curvas idénticas APQ y A'P'Q' son obtenidos como se ilustra en la Figura (1.3). La porción punteada de la curva representa la extrapolación sobre una parte del cuerpo donde es difícil obtener experimentalmente datos con este péndulo en particular. El análisis de estas curvas revelan varias propiedades interesantes y observables del péndulo físico. Empezando en el extremo superior **a** cuando el eje es desplazado desde **a** hacia **b**, el período disminuye, encontrandose un valor mínimo en P, despúes del cual se incrementa cuando s se aproxima al C.M. Las dos curvas son asintóticas a una línea perpendicular que pasa por el C.M. indicando que cerca de ahí el período tiene

un valor significativamente grande. Cuando el eje de suspensión es desplazado todavía más desde **a** (al otro lado del C.M.), el período T nuevamente disminuye hacia el mismo valor mínimo en un segundo punto P', despues del cual nuevamente se incrementa.

Una línea horizontal AA' correspondiente a valores escogidos del período, intersecta la gráfica en cuatro puntos indicando que hay cuatro posiciones del eje, dos en cada lado del C.M, para los cuales el período es el mismo. Estas posiciones son simétricamente localizadas con respecto al C.M. Hay por lo tanto dos valores numéricos de h para los cuales el período es el mismo, representados por h_1 y h_2 (Figura 1.2 y 1.3).

Así, para cualquier eje de suspensión escogido A, hay un punto conjugado O al lado opuesto del C.M. tal que el período alrededor de un eje paralelo que pasa por A y O es igual.

El punto O es llamado **CENTRO DE OSCILACIONES** al eje particular de suspensión que pasa por el punto A. Consecutivamente si el centro de oscilación para cualquier péndulo físico es localizado, el péndulo puede ser invertido y soportado de O sin alterar su período. Esta llamada **reversibilidad** es una de las propiedades únicas del péndulo físico y ha sido la base de un método muy preciso para medir **g** (**Péndulo Reversible de Kàter**).

Pue de mostrarse que la distancia entre $\,{\rm A}$ y O es igual a l, la longitud del péndulo simple equivalente.

Alrededor de A:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \left(\frac{K_0^2 + h_1^2}{h_1}\right)$$

y alrededor de **O**:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \left(\frac{K_0^2 + h_2^2}{h_2}\right).$$

Igualando estas expresiones:

$$K_0^2 = h_1 h_2$$

por lo tanto:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}(h_1 + h_2) \tag{1.10}$$

ó

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h_1 + h_2}{g}} \tag{1.11}$$

Comparando con la expresión para el péndulo simple:

1.4. MATERIALES

$$l = h_1 + h_2 \tag{1.12}$$

la cual es la longitud del péndulo simple equivalente \overline{AO} (Figura 1.2).

A' y O' son un segundo par de puntos conjugados simétricamente localizados con respecto a A y O respectivamente, por lo tanto tienen un mismo valor numérico de h_1 y h_2 . Más consideraciones de la Figura (1.3) revela el hecho que el período de vibración para un cuerpo dado no puede ser menor que un cierto valor mínimo T_0 para el cual los cuatro puntos de igual período se reducen a dos, P y P', en tanto que h_1 , llega a ser numéricamente igual a h_2 . El valor mínimo de h_0 correspondiente al mínimo período T_0 , puede ser deducido por solución de las ecuaciones (1.10) y (1.11), las cuales producen

$$K_0^2 = h_1 h_2$$

y colocando

$$h_0 = h_1 = h_2$$

se obtiene

$$K_0 = h_0$$

Reemplazando esto en la ecuación (1.8) nos da como resultado:

$$l_0 = 2K_0$$

Así, el péndulo simple más corto para el cual el péndulo físico puede ser hecho equivalente tiene una longitud \mathbf{l}_0 igual al doble del radio de giro del cuerpo alrededor de un eje paralelo que pasa a través de C.M.. Esto es indicado en la figura (1.3) por la línea PP'. Inspeccionando la figura (1.3), esta muestra además que de los dos valores de h diferentes del mínimo, uno es mayor que K_0 y el otro menor.

De lo anterior es evidente que si se encuentran dos puntos asimétricos A y O tales que el período de vibración sea idéntico, la longitud del péndulo simple equivalente es la distancia entre los dos puntos y la necesidad de localizar el centro de gravedad C.M. es eliminada. Así, haciendo uso de la propiedad reversible del péndulo físico, se obtiene una simplificación similar a la del péndulo simple, la determinación experimental se reduce a una medida de longitud y una medida de período.

1.4 Materiales

- Equipo de péndulo físico: Soportes, varilla y cronómetro.
- Nivel de burbuja.
- Cinta métrica graduada en mm.



Figura 1.4: Fotografía del equipo utilizado.

1.5 Precauciones

- Familiarizarse con el equipo.
- Cerciórese que el péndulo puede oscilar normalmente y que el cronómetro esté funcionando.
- Tenga en cuenta la aproximación Sen $\varphi\approx\varphi$ para su trabajo.
- Recuerde nivelar el equipo arriba y abajo.

1.6 Procedimiento

El péndulo físico utilizado para esta práctica esta constituido por una varilla metálica en forma cilíndrica delgada que posee una serie de marcas dispuestas cada cinco centímetros aproximadamente entre sus centros, con un sistema de suspensión adecuado para que la varilla pueda oscilar libremente alrededor de un eje horizontal (eje de suspensión), con rodamientos para minimizar la fricción (ver Fig. 1.4)

- 1. Determine el centro de masa (CM), de la varilla y elija un extremo de la misma.
- 2. Mida la longitud h desde el centro de masa (CM) al eje de suspensión
- 3. Suspenda el péndulo de la primera marca más cercana al extremo elegido de la varilla y asegúrese que oscila libremente en un plano vertical.
- 4. Mida 10 veces el periodo con un cronometro UTP utilizando la misma amplitud de oscilaciones. Determinar el periodo promedio para la altura h seleccionada.
- 5. Repita el procedimiento para cada una de las marcas hasta llegar al CM
- 6. Invierta la varilla y realice 10 mediciones
- 7. Retire el péndulo del soporte y con una cinta métrica mida las distancias faltantes de acuerdo a la figura 1.2, para cada uno de los puntos de suspensión desde uno de los extremos de la varilla. Anote estos datos con sus correspondientes periodos. (a medida que se acerque al CM, tome un numero menor de oscilaciones)
- 8. Mida la masa de la varilla

1.7 Análisis

- 1. Con los datos tomados construya una gráfica en papel milimetrado del periodo T (valor medio de cada grupo de periodos T tomados en el numeral 3 del paso 1.6) en función de la distancia al centro de masa (CM), h. Tome el origen de coordenadas como el centro de masa. Trace la curva correspondiente. Utilice las escalas adecuadas.
- 2. A partir del gráfico obtenido: ¿ Se presenta algún tipo de simetría con relación a alguna línea?.
- 3. ¿ Cuál es el período del péndulo cuando h = 0?. Explique su significado.
- 4. Obtenga de su gráfico el período mínimo con el cual este péndulo puede vibrar.
- 5. De la masa del péndulo y su radio de giro K_0 determinado de la gráfica, encuentre I_0 el momento de inercia rotacional alrededor del C.M.
- 6. Trace una recta paralela al eje horizontal de su gráfico para un período mayor al mínimo T_0 . Halle las parejas de cortes (h_1, h_2) y (h'_1, h'_2) . Del correspondiente período T determinado por esta recta y la longitud L correspondiente al péndulo simple equivalente dado por $L = h_1 + h_2$ y también por $L = h'_1 + h'_2$, calcule el valor de la gravedad, por medio de la ecuación (1.7). Compárelo con su valor aceptado para Pereira y calcule el error porcentual.
- 7. A partir de la escala con la cual trazó su gráfico, determine un valor aproximado para la incertidumbre de su medida para la gravedad

Laboratorio 2

Péndulos Acoplados

2.1 Objetivos

- 1. Identificar y determinar las frecuencias propias de oscilación para un sistema de dos grados de libertad.
- 2. Determinar el valor de aceleración de la gravedad.

2.2 Preinforme

- 1. ¿ A qué se denomina grado de libertad?.
- 2. ¿ A qué se denomina modo propio de oscilación?.
- 3. Haga las consideraciones físicas necesarias para deducir las ecuaciones (2.1) y (2.2).
- 4. ¿ En qué consiste el método dinámico para determinar la constante elástica del resorte ? ($\omega^2 = \frac{k}{m}$).

2.3 Fundamento Teórico

En esta práctica de laboratorio se estudia el comportamiento de un sistema oscilatorio formado por dos péndulos simples idénticos, fijos a un mismo soporte con un resorte de constante elástica k colocado entre estos, conocido con el nombre de **péndulos acoplados**. Figura 2.1.

La inclusión del resorte entre los péndulos hace que sus movimientos no sean independientes. El movimiento de uno de estos influye en el movimiento del otro y viceversa dando como resultado un movimiento que se conoce como **oscilaciones**



Figura 2.1: Péndulos acoplados en reposo.

acopladas. Dado que para describir el movimiento de cada uno de los péndulos son necesarias dos funciones de posición angular con respecto al tiempo: $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$, se dice que el sistema posee dos grados de libertad.

La dinámica asociada al movimiento de cada uno de los péndulos puede resumirse de la siguiente manera: cuando la masa se separa de la posición de equilibrio una cierta cantidad angular, aparece sobre esta un torque restaurador τ que tiende a llevarla de nuevo a dicha posición, causándole una aceleración angular $\vec{\alpha}$, la cual se relaciona con dicho torque a través de la expresión:

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

I: es el momento de inercia de la masa M respecto al eje de rotación.

De la definición de I y de α , la anterior ecuación se escribe como:

- ..

$$\vec{\tau} = M L^2 \vec{\theta}$$

Utilizando esta ecuación y la definición de $\vec{\tau}$, se encuentra que para el péndulo cuyo desplazamiento es θ_1 se tiene la siguiente ecuación de movimiento:

$$ML^2\ddot{\theta}_1 = -MgLsen\theta_1 + k\ell^2sen(\theta_2 - \theta_1), \qquad (2.1)$$

y para el otro

$$ML^2\theta_2 = -MgLsen\theta_2 - k\ell^2 sen(\theta_2 - \theta_1).$$
(2.2)

2.4. MATERIALES

Si los desplazamientos θ_1 y θ_2 son pequeños la aproximación $Sen \theta \simeq \theta$ será válida con lo cual las expresiones (2.1) y (2.2) se reescriben como:

$$ML^2\ddot{\theta}_1 = -MgL\theta_1 + k\ell^2(\theta_2 - \theta_1), \qquad (2.3)$$

у

$$ML^2\ddot{\theta}_2 = -MgL\theta_2 - k\ell^2(\theta_2 - \theta_1).$$
(2.4)

Dado que las anteriores ecuaciones se encuentran acopladas, se sigue el siguiente procedimiento de desacople:

Al sumar las ecuaciones (2.3) y (2.4) se obtiene:

$$ML^2 \ddot{\Theta}_1 = -MgL\Theta_1, \tag{2.5}$$

y al restarlas:

$$ML^2\ddot{\Theta}_2 = -(MgL + 2k^2\ell^2)\Theta_2.$$
(2.6)

Donde: $\Theta_1 = \theta_1 + \theta_2 \ y \ \Theta_2 = \theta_1 - \theta_2$.

Escribiendo (2.5) y (2.6) en la forma

$$\ddot{\Theta}_1 + \omega_1^2 \Theta_1 = 0,$$

$$\ddot{\Theta}_2 + \omega_2^2 \Theta_2 = 0.$$

Se obtienen las ecuaciones desacopladas cuyas frecuencias son:

$$\omega_1^2 = \frac{g}{L},\tag{2.7}$$

у

$$\omega_2^2 = \frac{g}{L} + 2\epsilon^2 \frac{k}{M}.$$
(2.8)

Correspondientes a los dos modos propios de oscilación, en fase ω_1 y en contrafase ω_2 , que presentan los péndulos acoplados. En este caso $\epsilon^2 = \frac{\ell^2}{L^2}$.

2.4 Materiales

- Equipo de pédulos acoplados: soportes y resorte de acople.
- CASSY LAB. con módulo de adquisición de datos
- Cables de conexión



Figura 2.2: Montaje de péndulos acoplados.

2.5 Precauciones

- El resorte no debe quedar deformado al conectarlo entre las varillas que sostienen las masas y debe estar a nivel.
- Las oscilaciones deben ser pequeñas: ligeros desplazamientos desde sus posiciones de equilibrio.

2.6 Procedimiento

- 1. Considere el valor k = 2,9754N/m para la constante elástica del resorte a utilizar.
- 2. Monte el arreglo ilustrado en la Figura 2.2. El resorte debe ubicarse lo más horizontal posible y en la posición más baja de las varillas.
- 3. Determine la relación $\epsilon = \frac{\ell}{L}$. Donde ℓ es la distancia entre el punto de suspensión y el punto de ubicación del resorte.
- 4. Encienda el computador y abra la aplicación CASSY LAB. Deberá ver el cuadro de la figura 2.3:

2.6. PROCEDIMIENTO

2 CASSY Lab 3 B B B Ø 54 0 A G B	
Ajustes	
CASSY Parámetro/Fórmula/FFT Comentario General	
Actualizar disposición Por favor	haga un clic sobre un canal para activarla.
Cerrar Visualizar parámetros de medición Carg	ar ejemplo Ayuda

Figura 2.3: Cuadro inicial.

Presione el botón izquierdo sobre el dibujo del módulo de adquisición de datos. Deberán identificarse las dos entradas de voltaje. Escoja la máxima sensibilidad posible para la medida de voltaje. A continuación deberá observar el programa completo con las ventanas de tensiones U1 y U2 y la ventana de parámetros de medición.

En la ventana de parámetros de medición escoja un tiempo de 5 s un intervalo de 1 ms y un registro automático de datos. En este momento está listo para comenzar la toma de datos, la cual se inicia al presionar el botón con el cronómetro y se termina presionando el mismo botón o hasta que el tiempo de 5 s se agote. Tómese su tiempo para familiarizarse con los demás iconos y funciones del programa. En caso necesario presione el icono de ayuda (libro con interrogante).

5. Para la misma posición haga oscilar los péndulos en fase como se muestra en la Figura (2.5) del lado izquierdo. Inicie la toma de datos e inmediatamente observará la aparición de un gráfico en la pantalla principal. De ser necesario ajuste la escala vertical para observar mejor la variación de voltaje. Mida el período de la oscilación escogiendo dos máximos del gráfico y marcándolos con la herramienta **Pegar marcas**, que aparece al hacer click con el botón derecho del ratón sobre el gráfico. Esta herrramienta permite dibujar dos líneas verticales y luego medir la diferencia temporal entre éstas. Al escoger la opción medir diferencias debe hacer click en cada línea vertical y el programa dibujará una línea horizontal. En la parte inferior izquierda de la pantalla aparecerá el valor de la diferencia en tiempo entre las dos líneas verticales



Figura 2.4: Ventana principal del programa

escogidas. Este es su valor de período. Repita este procedimiento al menos tres veces con puntos diferentes y obtenga un valor promedio para el período.

- 6. Para la misma posición haga oscilar los péndulos en contrafase como se muestra en la Figura (2.5) del lado derecho. Inicie la toma de datos y determine el período.
- 7. Repita los pasos 4 y 5 para otras 7 posiciones de acople entre el resorte y los péndulos.(Usted puede subir el resorte hasta 7 veces).



Figura 2.5: Péndulos acoplados oscilando en fase (Izquierda) y en contrafase (Derecha).

2.7 Análisis

- 1. Con los datos experimentales hallados en los numerales 4, 5 y 6 obtenga ω_1 y ω_2 con sus respectivas incertidumbres.
- 2. Con los valores obtenidos, construya una gráfica de ω_2^2 v
s $\epsilon^2.$
- 3. Determine la ecuación experimental a partir de su gráfico y por comparación con la ecuación (2.8) determine los valores de g y k con sus respectivas incertidumbres.
- 4. Compare el valor de g con el valor aceptado. Encuentre su porcentaje de error. Si se conoce el valor teórico para la constante k, halle también su porcentaje de error.

Laboratorio 3

Oscilaciones de una cuerda tensa

3.1 Objetivos

- 1. Determinar los modos normales de vibración de una cuerda fija en ambos extremos.
- 2. Verificar experimentalmente la relación de la frecuencias en estado de resonancia de las cuerdas con respecto a los parámetros: tensión, longitud y densidad.
- 3. Encontrar la densidad de la cuerda utilizada.

3.2 Preinforme

- 1. ¿A qué se denomina resonancia ?. Explique.
- 2. ¿Cuál es la diferencia entre ondas estacionarias y ondas viajeras ?.
- 3. Mediante diagramas explique los modos de resonancia de una cuerda fija en ambos extremos.

3.3 Fundamento Teórico

Considérese una cuerda de longitul L y densidad lineal de masa μ , sujeta en los extremos x = 0 y x = L. La cuerda se hace oscilar en un punto por medio de un vibrador conectado a un generador de ondas senoidales. En estas condiciones, el sistema se constituye en un oscilador forzado. Un análisis de las ondas incidentes y reflejadas que se forman en la cuerda ¹ lleva a la siguiente función de onda como solución de la ecuación diferencial unidimensional de onda:

 $^{^{1}\}mathrm{ver}$ FISICA volumen II: campos y ondas Alonso-Finn, sección 22.5

$$\psi(x,t) = (A \operatorname{Sen} kx + B \operatorname{Cos} kx) \operatorname{Sen} \omega t.$$
(3.1)

Claramente $\psi(x, t)$ no describe una onda viajera ya que x y t no estan involucrados en el argumento de esta función en la forma $(x \pm vt)$. Esto da como resultado una amplitud que tiene la característica de ser fija para cada punto particular de la cuerda, pero variable de un punto a otro a lo largo de la misma. La expresión para la amplitud será entonces:

$$\phi(x,t) = (A \operatorname{Sen} kx + B \operatorname{Cos} kx). \tag{3.2}$$

Las constantes $A \ge B$ se determinan con las condiciones iniciales. Así, la expresión:

$$\psi(x,t) = \phi(x) Sen \, \omega t$$

indica que cada punto de la cuerda tiene un movimiento armónico transversal de frecuencia $\omega.$

Cuando la cuerda esté en resonancia con el agente externo que produce el movimiento, se presentarán los distintos modos propios de oscilación y los desplazamientos transversales tendrán su máxima amplitud.

Para encontrar las frecuencias f_n correspondientes a los modos propios de oscilación se utilizan las siguientes condiciones de frontera:

- $\psi(0,t)=0$,
- $\psi(L,t)=0.$

De la primera condición de frontera se obtiene:

$$[A Sen k(0) + B Cos k(0)]Sen \omega t = B Sen \omega t = 0.$$

Por lo tanto B = 0 y la ecuación (3.1) queda de la siguiente manera:

$$\psi(x,t) = A \operatorname{Sen} kx \operatorname{Sen} \omega t.$$

De la segunda condición de frontera:

$$A \operatorname{Sen} kL \operatorname{Sen} \omega t = 0.$$

En esta ecuación A y $Sen \,\omega t$ deben ser diferentes de cero. Por tanto:

$$Sen kL = 0.$$

Lo cual es válido para $kL = n\pi$ con n = 1, 2, 3...



Figura 3.1: Ondas estacionarias en la cuerda.

Utilizando las expresiones del movimiento ondulatorio $k = 2\frac{\pi}{\lambda}$ y $v = \lambda f$, donde k y v son el número de onda y la velocidad de propagación de la onda respectivamente, se obtiene la siguiente expresión para las frecuencias correspondientes a los modos propios de oscilación de la cuerda:

$$f_n = \frac{nv}{2L}.$$

De la dinámica asociada a las ondas transversales en una cuerda, su velocidad de propagación a lo largo de la misma está dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}.$$

SiendoT la tensión en la cuerda. La expresión para las frecuencias propias queda en definitiva

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}},\tag{3.3}$$

donde n = 1 corresponde al modo fundamental:

$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

y n = 2 corresponde al segundo armónico, n = 3 al tercero y asi sucesivamente, siendo cada uno de estos múltiplos de la fecuencia fundamental en la forma: $f_2 =$



Figura 3.2: Sensor de Fuerza

 $2f_1,\,f_3=3f_1\dots$ y así sucesivamente. También n es el número de vientres de las ondas estacionarias. Ver Figura 3.1.

3.4 Materiales

- Sensor de fuerza con su cable
- X plorer GLX con su fuente de alimentación
- Amplificador de potencia con un cable de dos salidas y su fuente de alimentacin
- Vibrador mecánico
- Cuerda (Longitud $L = 263.0 \pm 0.1 cm$, masa m = 9.8726g, error de calibración de la balanza 0.0002g y el error de resolución es 0.0001g), portapesas y 6 masas
- Cinta métrica

3.5 Precauciones

- Utilice una señal senosoidal y coloque el extremo del vibrador lo más cerca posible a la polea.
- Cerciórese que la longitud de la cuerda sea la máxima posible.
- Observe que la cuerda esté en posición horizontal y sus extremos fijos se encuentren a la misma distancia del borde de la mesa.



Figura 3.3: Xplorer GLX



Figura 3.4: Amplificador de Potencia



Figura 3.5: Vibrador mecánico.



Figura 3.6: Montaje experimental: (1) Sensor de fuerza, (2) Xplorer GLX, (3) Amplificador de potencia, (4) Vibrador mecánico

3.6 Procedimiento

- 1. Monte el equipo como se sugiere en la Figura (3.6)
- 2. Conecte el vibrador mecánico al amplificador de potencia mediante dos cables (No hay polaridad)
- 3. El amplificador de potencia se debe conectar mediante el cable de dos salidas al Xplorer GLX a las dos entradas inferiores del lado izquierdo. Además se debe conectar mediante la fuente de alimentacin a 110 V.
- 4. Conecte el sensor de fuerza mediante un cable al Xplorer GLX a la entrada 1 ubicada en su parte superior.
- 5. Fije la tensión a un valor, mida la longitud entre los extremos fijos L.

6. Configuración del Xplorer GLX

Al encender el Xplorer GLX oprima (20) para visualizar the home screen (pantalla inicial)

En la figura 3.7 se presenta la pantalla inicial, de los iconos mostrados se van a utilizar para esta práctica solamente: Settings (Configuracin), Digits (Medidor digital), Output (Salida), Sensors (sensores). Para moverse entre estos se usan las flechas, se confirma el movimiento oprimiendo \heartsuit y para



Figura 3.7: Pantalla inicial (Tomado del Xplorer GLX User's Guide)

volver a la pantalla inicial se usa el botón home 0. A continuación realice los siguientes pasos:

- (a) Ir al icono Configuración oprima ^O , observe que la opción Luz posterior esté en el modo ENCENDIDO, para esto baje con la flecha, oprima ^O y el número 2. Para volver a la pantalla inicial oprima home.
- (b) Ir al icono Salida oprima ^O: Parámetros de trabajo: Output Device oprima ^O se obtienen varias opciones, descienda hasta Amplificador de Potencia marque el número 4. Automáticamente se inicia el proceso de calibración. Es indispensable que se realice correctamente este proceso para la toma de datos.

Verifique las siguientes opciones: Waveform: Sine Amplitude (V): 5,00 Period units: Frequency (Hz) Repeat Mode: Continuous Wave polarity: Positive

Volver a la pantalla inicial home.

(c) Ir al icono **Sensores**

En la parte superior escoger el icono **Hz** (frecuencia del amplificador GLX). Verifique las siguientes opciones:

Unidad de frecuencia de muestra: Segundos Frecuencia de muestreo: 1 Reducir/suavizar promediar: Apagar Hz Frecuencia de salida: Visible

Volver a la pantalla inicial.

3.7 Toma de datos

• Ir al icono **Salida**, para que empiece a oscilar la cuerda oprima F1 (ON). Puede variar la frecuencia de oscilación en el ítem **Frequency** (Hz) con las teclas + - para aumentar o disminuir respectivamente. Utilizando la misma tensión varíe la frecuencia y trate de encontrar hasta 5 armónicos. *Recuerde anotar la frecuencia que corresponde a cada uno de los armónicos*. Para obtener el valor de la tensión ejercida por la masa vuelva a la pantalla inicial y posteriormente al icono **Medidor digital**. En el display se muestra la tensión con el nombre Fuerza (N).

- Sin cambiar de cuerda, en el modo fundamental, o en el segundo armónico; mantenga constante la longitud L y mida la frecuencia para cinco valores distintos de tensión T. *Nota*: Para realizar la variación de masa detenga siempre la oscilación, esto se realiza en la pantalla principal icono **Salida** oprimir F1. Posteriormente, encienda el oscilador con F1 (ON), varíe la frecuencia hasta obtener el armónico elegido y vuelva al icono **Medidor digital** para obtener el valor de la tensión. *Recuerde anotar la frecuencia que corresponde a cada tensión*.
- Sin cambiar de cuerda, en el modo fundamental, o en el segundo armónico, mantenga constate la tensión y mida la frecuencia para cinco valores distintos de la longitud.
- Elabore en cada numeral las tablas de datos apropiadas.

3.8 Análisis

- 1. Con los datos del item 3 del procedimiento:
 - Construya una gráfica de frecuencia f en función del número de armónicos n. ¿Qué clase de curva obtiene? ¿Cómo varía la frecuencia en función de los armónicos?.
 - Si la gráfica en el numeral anterior es una línea recta, haga el análisis correspondiente para obtener el valor de la densidad de masa μ (Valor experimental) con su correspondiente incertidumbre.
 - La densidad de la cuerda calculada a partir de su masa y longitud es de 3.7 × 10⁻³kg/m. La masa se midió con una incertidumbre de ±0,001 g. y la longitud con ±0,1cm. Calcule la incertidumbre de la densidad mediante la expresión:

$$\mu = \frac{m}{\ell_T}$$

donde m, es la masa de la cuerda y ℓ_T , la longitud total de la cuerda.

- Considere este valor como teórico y compare en términos de porcentaje el valor de μ obtenido en el paso anterior.
- 2. Con los datos de tensión y frecuencia:
 - Construya un gráfico de frecuencia en función de la raiz cuadrada de la tensión. ¿Es su gráfica una línea recta?.

32

3.8. ANÁLISIS

- A partir de su gráfico obtenga la ecuación que relaciona la frecuencia con la tensión y de esta ecuación obtenga un nuevo valor para μ con su respectiva incertidumbre. Compare este valor con el teórico.
- 3. Con los datos de longitud y frecuencia:
 - Construya un gráfico de frecuencia f en función de $\frac{1}{L}$. ¿Es el gráfico una línea recta? ¿Por qué?
 - A partir de su gráfico obtenga la ecuación que relaciona la frecuencia con la longitud de la cuerda y de esta ecuación obtenga un nuevo valor para μ con su respectiva incertidumbre. Compare este valor con el teórico.
- 4. De los resultados obtenidos, diga cuál de los valores de μ es el más cercano al valor real. De una justificación a su resultado.
Laboratorio 4

Ondas estacionarias en una columna de aire

4.1 Objetivos

- 1. Identificar los distintos modos de vibración de las columnas de aire en un tubo abierto y cerrado.
- 2. Medir la velocidad del sonido en el aire.

4.2 Preinforme

- 1. Ilustre gráficamente los patrones de resonancia para ondas de presión en tubos abiertos y cerrados.
- 2. Explique la relación existente entre las ondas de desplazamiento y las ondas de presión en una columna de aire.
- 3. Calcule la frecuencias de resonancia para los primeros cinco modos de oscilación de la columna de aire en un tubo abierto y cerrado, utilizando las ecuaciones (4.1) y (4.2) repectivamente. Se debe tener en cuenta las correcciones de la longitud del tubo presentadas en la ecuacion (4.3) y (4.4).

4.3 Fundamento Teórico

Análogamente a como se producen las ondas estacionarias en una cuerda, las ondas estacionarias en una columna de aire confinado en un tubo, se producen por la superposición de ondas longitudinales incidentes y reflejadas en el interior del mismo en estado de resonancia. Pero a diferencia de los modos propios de oscilación en una cuerda, en una columna de aire, estos no se pueden ver a simple

4.3. FUNDAMENTO TEÓRICO

vista; existen como arreglos de las moléculas de aire llamados **condensaciones** y **rarefacciones**.

Así como para el caso de la cuerda¹, la función de onda en estado estacionario para una columna de gas confinada dentro de un tubo de longitud finita, puede escribirse en términos de la ecuación:

$$\psi(x,t) = (A \operatorname{Sen} kx + B \operatorname{Cos} kx) \operatorname{Sen} \omega t.$$

De la misma manera como se consideró en la sección 3.3, las frecuencias de resonancia f_n correspondientes a los distintos modos de oscilación de la columna de aire, se obtienen aplicando las diferentes condiciones de frontera. Estas se determinan por la condición del tubo.

Tubos abiertos

Si las condiciones de frontera son tales que:

•
$$\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}|_{x=0} = 0.$$

•
$$\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=L} = 0.$$

Significa que en x = 0 y x = L, las moléculas de aire tienen un valor máximo de desplazamiento a partir de su posición de equilibrio, definiendo un tubo abierto en ambos extremos.

Aplicando estas condiciones de frontera en forma análoga a como se hizo para el caso de ondas estacionarias en la cuerda, se encuentra que las frecuencias de resonancia correspondientes a los distintos modos propios de oscilación de la columna de aire en un tubo abierto están dadas por:

$$f_n = \frac{n}{2L}v, \quad n = 1, 2, 3...$$
 (4.1)

Donde v es la velocidad del sonido en el aire. La Figura 4.1, muestra el tono fundamental y algunos sobretonos para la onda φ de presión. Estos están desfasados 90° con las ondas de desplazamiento. Las frecuencias de resonancia f_n tambén se conocen con el nombre de **armónicos**.

Tubos cerrados

Si las condiciones de frontera son tales que:

•
$$\frac{\partial \psi(0,t)}{\partial x} = 0.$$

¹ver Laboratorio 3 de este texto



Figura 4.1: Patrones de ondas estacionarias correspondientes a *ondas de presión* en un tubo abierto en los dos extremos.

• $\psi(L,t) = 0.$

Significa que en x = 0, la onda estacionaria tiene un valor máximo y en x = L tiene un valor mínimo con respecto al desplazamiento de las moléculas de aire o a partir de la posición de equilibrio. Esto define un tubo cerrado.

Aplicando estas condiciones de frontera y llevando a cabo los cálculos apropiados, se encuentra que las frecuencias de resonancia en tubo cerrado estan dadas por:

$$f_n = \frac{n}{4L}v, \quad n = 1, 3, 5, \dots$$
 (4.2)

Donde v es la velocidad del sonido en el aire. La Figura 4.2 muestra los primeros cuatro armónicos en este caso.

Las fórmulas y diagramas mostrados para resonancia en tubos son aproximadas, debido a que el comportamiento de las ondas en los extremos del tubo dependen parcialmente de factores tales como el diámetro del tubo y la frecuencia de las ondas. Los extremos del tubo no son exactamente nodos o antinodos. Las siguientes fórmulas empíricas deben utilizarse para la corrección de la longitud del tubo. Para un tubo abierto:

$$L' = L + 0.8d. (4.3)$$



Figura 4.2: Patrones de ondas estacionarias correspondientes a *ondas de presión* en un tubo cerrado en un extremo y abierto en el otro.

Para un tubo cerrado:

$$L' = L + 0.4d, (4.4)$$

donde L = 90 cm es la longitud del tubo y d = 31 mm es el diámetro del tubo.

4.4 Materiales

- Tubo de resonancia.
- Generador de señales.
- Osciloscopio.

4.5 Precauciones

Trabajar a frecuencia máxima de 1600 Hz.



Figura 4.3: Montaje experimental: 1. Generador de señales, 2. Parlante, 3. Tubo de acrílico, 4. Émbolo móvil, 5. Amplificador y micrófono, 6. Osciloscopio.



Figura 4.4: Esquema interno del tubo

4.6 Procedimiento

4.6.1 Frecuencias de resonancia de un Tubo abierto

- 1. Mida la temperatura en el laboratorio usando el termómetro de pared disponible. Anote el valor medido.
- 2. Monte el equipo como se muestra en las Figuras 4.2 y 4.3. Coloque el generador de señales en el modo senusoidal, con la frecuencia de salida en la escala de 1 kHz, con el dial en 0 Hz. conecte esta señal al canal CH1 del osciloscopio. Coloque la velocidad de barrido en 1 ms/div y la ganancia en el canal uno en 5 V/div. Verifique que las perillas de calibración esten giradas completamente a la derecha. Aumente levemente la frecuencia y observe la señal.

4.6. PROCEDIMIENTO

- 3. Coloque el micrófono aproximadamente en la mitad del tubo. El amplificador conéctelo al canal CH2 y actívelo. Ajuste la amplitud del generador hasta que pueda distinguir el sonido proveniente del parlante. Varíe la frecuencia lentamente a partir de cero hasta que observe *el efecto de resonancia* entre las dos señales. La condición de resonancia se observa cuando la señal del micrófono es muy similar a la proveniente del generador y además tiene una amplitud máxima.
- 4. Tenga en cuenta que debido al ruido del laboratorio, es difícil encontrar el primer armónico. Si no lo encuentra, intente con el siguiente armónico. Utilice la perilla trigger del osciloscopio para estabilizar la señal de salida del micrófono, si es necesario. Deduzca, comparando la frecuencia encontrada con la dada por la teoría, si la primera corresponde al armónico fundamental o a otro armónico.
- 5. Una vez hallada la frecuencia de resonancia, active el modo XY del osciloscopio; su efecto es independizar las señales del tiempo, para observar la figura de Lissajous que se forma al superponerlas. ¿ Qué figura espera observar si hay resonancia entre las dos señales?
- 6. Desactive el modo XY y mida en el osciloscopio la frecuencia proveniente del generador . Esta es la frecuencia f_0 , correspondiente al modo fundamental (180-190 Hz) o al armónico encontrado. Verifique que es el armónico más bajo que es capaz de medir.
- 7. Eleve lentamente la frecuencia hasta que encuentre nuevas resonancias procediendo de la misma forma que en los pasos anteriores. Estas serán las frecuencias correspondientes a los armónicos superiores al fundamental. Encuentre al menos cinco frecuencias de resonancia. **Tenga en cuenta mover el micrófono hasta las posiciones donde se esperan observar los máximos de presión para cada armónico.** Para guiarse observe la figura 4.1. Registre los resultados en una tabla.
- 8. Para observar el patrón de la onda estacionaria, retire el micrófono lentamente y observe en la pantalla de osciloscopio la señal correspondiente a éste. ¿ Corresponde lo observado con lo que espera de acuerdo a los patrones de ondas estacionarias correspondientes a ondas de presión?

4.6.2 Frecuencias de resonancia de un Tubo cerrado

1. Coloque el émbolo dentro del tubo en la posición de 50 cm. Cerciórese que el extremo frente al parlante esté abierto. Coloque el micrófono dentro del tubo donde se presente un máximo de presión (cerca al pistón).

- 2. Repita el procedimiento seguido para tubo abierto, hasta el item 5, para obtener la frecuencia correspondiente al modo fundamental.
- 3. Para hallar las frecuencias correpondientes a los armónicos superiores al fundamental repita el item 6, pero deje el micrófono en la posición inicial.
 ¿ Por qué es mejor hacer esto?. Explique. Registre los datos en una tabla.
- 4. Para observar el patrón de la onda estacionaria, retire el micrófono lentamente y observe en la pantalla de osciloscopio la señal correspondiente a este. ¿ Corresponde lo observado con lo que espera de acuerdo a los patrones de onda estacionarias correspondientes a ondas de presión?

4.7 Análisis

Frecuencias le resonancia en un tubo

- 1. Para cada configuración del tubo (abierto y cerrado) divida cada una de las frecuencias de resonancia halladas por la frecuencia de resonancia más baja que encontró. Sus resultados deberían dar una serie de números cercanos a números enteros. ¿ Confirman sus resultados esta aseveración?. Explique.
- 2. ¿ Es la serie de números que usted ha hallado, la misma para tubo cerrado que para tubo abierto?.
- 3. Con los datos para tubo abierto y cerrado construya dos gráficos de frecuencia en función del número de armónico. Halle la ecuación de la recta en cada caso y comparándola con la ecuación teórica para tubo abierto y cerrado respectivamente, deduzca la velocidad del sonido con su incertidumbre.
- 4. Promedie los resultados para la velocidad obtenida de los dos gráficos y obtenga el mejor estimado con su respectiva incertidumbre.
- 5. Compare el valor obtenido con el calculado a través de la expresión v = 333.5 + 0,607T, donde T es la temperatura en grados Celsius medida en el laboratorio. Halle el porcentaje de error y explique las posibles razones de la discrepancia.

Laboratorio 5

Óptica Geométrica

5.1 Objetivos

- 1. Descubrir el resultado de mezclar luces en diferentes combinaciones.
- 2. Verificar experimentalmente de la ley de Snell.
- 3. Determinar el índice de refracción y el ángulo de reflexión total interna de un trapezoide de acrílico
- 4. Medir el ángulo de reflexión interna total.
- 5. Determinar la distancia focal de un lente convergente y medir la magnificación al combinar las distancias entre el objeto y su imagen.

5.2 Preinforme

- 1. ¿ Cuáles son las leyes fundamentales de la óptica geométrica?
- 2. Describa en qué consiste el fenómeno de reflexión total interna
- 3. Haga un diagrama de rayos para la formación de la imagen en una lente convergente y en una lente divergente
- 4. Estudie la ecuación para las lentes delgadas, entendiendo el significado de cada una de las variables y establezca una convención de signos apropiada.

5.3 Fundamento Teórico

La óptica geométrica se refiere al comportamiento de los haces luminosos en los instrumentos ópticos. Se basa en cuatro leyes fundamentales las cuales son el



Figura 5.1: Ley de reflexión.

resultado de los primeros estudios que se hicieron a cerca del comportamiento de la luz:

5.3.1 Ley de propagación rectilínea de la luz

Esta ley se enuncia de la siguiente manera:

En un medio homogéneo la luz se propaga en linea recta.

Las sombras y penumbras observadas en una pantalla provenientes de un objeto iluminado con una fuente puntual de luz o la obtención de imágenes utilizando una cámara oscura, constituyen evidencia práctica de esta ley. Su validez está restringida al caso en el cual las dimensiones del objeto sean mucho mayores a la longitud de onda de la luz utilizada. Cuando la luz interactúa con objetos que son comparables con su longitud de onda, la luz no se propaga rectilíneamente, presentandose el fenómeno de **difracción de la luz**¹ el cual hace parte del campo de la **óptica física**

5.3.2 Ley de reflexión de la luz

Cuando un rayo de luz llega a una superficie reflectora formando un ángulo de incidencia θ_i con la normal a dicha superficie, se refleja en la superficie formando un ángulo de reflexión θ_r con la misma normal (ver figura 4.1). La ley de reflexión de la luz establece que:

1. El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal a una superficie reflectora están en un mismo plano

 $^{^1 \}mathrm{ver}$ capítulo 6 de este texto





2. El ángulo de incidencia θ_i entre el rayo incidente y la normal es igual al ángulo de reflexión θ_r entre el rayo reflejado y la normal ($\theta_i = \theta_r$)

5.3.3 Ley de refracción de la luz

Cuando un rayo de luz llega a una superficie que separa dos medios transparentes formando un ángulo de incidencia θ_i con la normal a dicha superficie, parte del rayo de luz incidente se transmite al segundo medio formando un angulo de refracción θ_t con la misma normal (ver figura (7.2)). La ley de refracción establece que

- 1. El rayo incidente, el rayo refractado y la normal se encuentran en un mismo plano
- 2. La relación entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es igual a una constante dada por la relación entre las velocidades de la luz entre los medios incidente y refractante, es decir:

$$\frac{Sen\,\theta_i}{Sen\,\theta_t} = \frac{v_i}{v_t}.\tag{5.1}$$

Lo anterior significa que cuando la luz pasa de un medio homogéneo transparente a otro medio homogéneo transparente, se observa un cambio en la dirección de la luz como producto del cambio de la velocidad. La relación entre la velocidad de la luz cuando esta pasa del vacío a cualquier otro medio se conoce como **índice de refracción absoluto**, notado con la letra n, se escribe como:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Con esta relación es claro que:

$$\frac{v_i}{v_t} = \frac{n_t}{n_i} = \frac{\lambda_i}{\lambda_t},\tag{5.2}$$

con lo cual la ley de refracción podrá escribirse como

$$n_i \operatorname{Sen} \theta_i = n_t \operatorname{Sen} \theta_t. \tag{5.3}$$

Aunque al parecer esta relación fué obtenida en forma independiente por Snell y Descartes, en los textos de habla inglesa se le conoce como ley de Snell.

La relación $n_t/n_i = n_{ti}$, es el índice de refración relativo de los dos medios. En general el índice de refracción es una medida del cambio de dirección de la luz cuando ésta cambia de un medio a otro. Obsérvese que

- Si $n_{ti} > 1 \rightarrow n_t > n_i$ lo que significa que $v_i > v_t$ lo que a su vez implica que $\lambda_i > \lambda_t$.
- Si $n_{ti} < 1 \rightarrow n_t < n_i$ lo que significa que $v_i < v_t$ lo que a su vez implica que $\lambda_i < \lambda_t$.

5.3.4 Ley de independencia de los haces luminosos

Los rayos de luz se cruzan entre sí, sin ninguna interferencia entre ellos. La óptica geométrica es una materia práctica que nos permite entender el funcionamiento de todos los instrumentos ópticos prácticos como son el ojo, las gafas, cámaras fotográficas, telescopios, proyectores, microscopios, endoscopios médicos, etc. La óptica geométrica descansa en tres suposiciones simples:

- 1. La luz viaja en línea recta ("rayos").
- 2. Aquellos rayos de luz que inciden en la frontera entre dos medios (en la cual la velocidad de la luz cambia de un medio a otro) se desvían. Esta desviación se puede calcular mediante la ley de Snell.

Índice de refracción: Cuando la luz pasa de un medio a otro, su longitud de onda (λ) cambia y está relacionada con el índice de refracción, mediante la relación:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \tag{5.4}$$

5.4 Recomendaciones

- En todas sus mediciones y cálculos debe tener en cuenta la incertidumbre en la medición
- Verifique la limpieza de las superficies de los prismas y lentes. Manipule estos objetos por sus bordes con el fin de evitar huellas. En caso de necesitar limpiarlos consulte con el profesor.
- Una sola persona del grupo debe manipular los instrumentos ópticos con el uso de guantes quirúrgicos. Esto con el fin de garantizar su conservación.

5.5 Materiales

- Fuente de luz OS-8470 PASCO.
- Lente convexo OS-8456 PASCO distancia focal:+100mm.
- Carril óptico.
- Pantalla blanca. (**NO DEBE RAYARSE**, se debe pegar con cinta sobre ella una hoja de papel blanco.)
- Lentes en acrílico: cóncavo, convexo, trapezoide, en D y tanque de agua.
- Hojas blancas (cada grupo debe traer al menos 5 hojas blancas).
- Transportador (cada grupo debe traer el propio).
- cinta métrica.
- Guantes quirúrgicos. (cada grupo debe traer al menos un par).

5.6 Procedimiento

5.6.1 Suma de Colores

- 1. En la figura 5.3 se muestra un esquema básico para este experimento. Una superficie vertical blanca (o la pared), una hoja de papel colocada horizon-talmente sobre la mesa y la fuente de luz son situadas como se indica.
- 2. Se toma la rueda giratoria situada en la fuente de luz y se rota hasta que se vea sobre la pantalla vertical las tres barras de color rojo, verde y azul.



Figura 5.3: Montaje

- 3. Coloque el lente convexo de acrílico y busque la posición en la cual los tres rayos de colores de la fuente se enfocan y producen una línea de un solo color. Note que para lograr eso debe hacer pasar los rayos por la parte central más gruesa del lente.
- 4. Escriba en la respectiva casilla de la tabla 1, el resultado de la mezcla de los tres colores.
- 5. Ahora bloquee uno de los rayos con un lápiz, antes de que incida sobre el lente. Nuevamente registre sus observaciones en la tabla 1.
- 6. Bloquee posteriormente los otros rayos y registre sus observaciones.

Tabla 1. Colores obtenidos al bloquear individualmente cada color.

colores añadidos	color resultante
rojo+azul+verde	
rojo+azul	
rojo+verde	
verde+azul	

Análisis

1. Si la mezcla de colores se hiciera con pintura, el resultado sería el mismo? Explique.



Figura 5.4: Montaje para comprobar la ley de Snell

2. Se dice que la luz blanca es la mezcla de todos los colores. Porque en este experimento se obtiene el mismo efecto mezclando solamente el rojo, el verde y el azul? Explique.

5.6.2 Ley de Snell

- 1. Coloque el trapezoide sobre una hoja de papel blanca y sitúe la fuente de luz blanca de tal manera que el trapezoide genere rayos paralelos, como se muestra en la figura (5.4).
- 2. Marque sobre el papel la trayectoria de los rayos involucrados y las superficies del trapezoide con un lápiz. Indique cuál es el rayo incidente y cuál es el rayo refractado para las tres regiones (medios) involucradas: aire-acrílicoaire. Especifique los diferentes medios para cada rayo.
- 3. Dibuje las normales a las superficies para cada rayo incidente y refractado y mida los ángulos en cada caso con un transportador. Registre sus datos en la tabla 2.
- 4. Coloque de nuevo sobre otra hoja blanca horizontal el trapezoide de acrílico. Emplee después la fuente de luz y seleccione un rayo simple.
- 5. Posicione el trapezoide y el haz de luz de modo que el rayo incida en la superficie del trapezoide al menos en dos centímetros medidos desde su borde.

- 6. Rote el trapezoide hasta que el rayo saliente del trapezoide desaparezca. En ese momento el rayo se separa en colores. La posición del trapezoide será correcta si el color rojo desaparece. Note lo que ocurre durante el proceso con la intensidad de la luz del rayo reflejado.
- 7. Marque ahora con un lápiz la superficie del trapezoide. Marque exactamente el punto sobre la superficie donde el rayo es internamente reflejado. Además, marque el punto de entrada del rayo incidente y el punto de salida del rayo reflejado.
- 8. Especifique en su dibujo las trayectorias de los diferentes rayos (incidente, reflejado, saliente). Mida con un transportador el ángulo entre el rayo incidente y reflejado en la superficie interna. Note que éste ángulo debe corresponder al doble del valor del ángulo crítico. (Porque?). escriba entonces el valor del ángulo crítico hallado experimentalmente.
- 9. Calcule el valor esperado del ángulo crítico usando la ley de Snell y el índice de refracción experimental calculado en el experimento anterior.
- 10. Observe cómo cambia el ángulo crítico si emplea los tres rayos de colores disponibles en la fuente de luz. Recuerde que para ello debe girar el dispositivo situado en la fuente de luz.
- 11. Coloque el prisma en forma de D sobre la base giratoria y haga incidir el haz de luz blanca sobre el prisma como se observa en la figura (5.5). Note que tiene en este caso dos superficies disponibles sobre las que puede llegar el rayo incidente. Rote el lente en D y observe bajo que condiciones se puede obtener el ángulo crítico para este lente especial. Se obtiene el mismo ángulo crítico para el lente en D que para el trapezoide?

Tabla 2. Angulos de incidencia y refracción para el trapezoide.

Ángulo de Incidencia	Ángulo de Refracción	Índice de Refracción calculado

Promedio:

Análisis

1. Para cada fila de la tabla 2 use la ley de Snell y calcule el Índice de refracción del trapezoide de acrílico, asumiendo que para el aire el índice de refracción es 1.0

48



Figura 5.5: Montaje del prisma sobre la base giratoria

- 2. Promedie los valores y compare finalmente el valor promedio de sus datos con el valor aceptado para el acrílico de 1.5, calculando el porcentaje de error y la incertidumbre de su medida.
- 3. Cuál es el valor del ángulo del rayo que sale del trapezoide con respecto al ángulo del rayo que entra en el trapezoide?
- 4. Calcule el porcentaje de error para el ángulo crítico (reflexión total interna) entre el valor experimental medido y el valor esperado.
- 5. Cómo cambia el brillo del haz internamente reflejado cuando el ángulo incidente es menor o mayor que el ángulo crítico?.
- 6. Cómo cambia el ángulo crítico con el color? Tendrá algo que ver el índice de refracción?
- 7. Analice las diferencias en el valor del ángulo crítico en la forma de la superficie (trapezoide o lente en D)

5.6.3 Óptica Geométrica

Procedimiento

1. Coloque la fuente de luz y la pantalla sobre el carril óptico alejados entre sí un metro, tal como se muestra en la figura (5.6). Coloque el lente convergente



Figura 5.6: Montaje del carril óptico.

entre los dos objetos mencionados.

- 2. Empiece acercando el lente a la pantalla, y deslícelo por el carril alejándose de la pantalla hasta que llegue a una posición donde observe una imagen clara de la imagen (flechas cruzadas) formada sobre la pantalla. En ese momento mida la distancia de la lente con respecto a la pantalla (imagen) y de la lente con respecto a la fuente de luz (objeto) y registre sus datos en la tabla 3. Note que la posición 1 y la posición 2 en la tabla están diferenciadas por su cercanía a la imagen.
- 3. Mida el tamaño del objeto(en la fuente de luz) y de la imagen (en la pantalla) para esta posición del lente.
- 4. Determine si hay alguna nueva posición para la lente que le permita enfocar la imagen. Si es así, registre nuevamente las medidas de distancia entre los tres componentes. (pantalla-lente-fuente) y las medidas de tamaño entre dos puntos de referencia en la imagen y el objeto. Como notará, la imagen formada sobre la pantalla es grande así que puede considerar medir sólo una parte del dibujo usando la escala en milímetros que tienen las flechas iluminadas.
- 5. Repita todo el proceso desde el segundo paso para distancias variables entre

la pantalla y la fuente para 90, 80, 70, 60 y 50 cm; y registre nuevamente todos sus datos en la tabla 3.

Tabla 3.	Valores o	de o	distancia	у	tamaño	de	la	imagen	para	un	lente	conve	rgente.
----------	-----------	------	-----------	---	--------	----	----	-------------------------	------	----	-------	-------	---------

Posición 1 (Distancia más pequeña entre la lente y la imagen)									
distancia imagen-objeto	distancia lente-objeto	distancia lente-imagen	Tamaño Objeto	tamaño Imagen					
(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm))					
100									
90									
80									
70									
60									
50									
u									

Posición 2 (Distancia más grande entre la lente y la imagen)								
distancia imagen-objeto	distancia lente-objeto	distancia lente-imagen	Tamaño Objeto	tamaño Imagen				
(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm))				
100								
90								
80								
70								
60								
50								

Análisis

- 1. Calcule 1/dO y 1/di para todos los valores de la Tabla 3.
- 2. Grafique en Excel l/dO (eje Y) y 1/di (eje X). Observe si obtiene una relación lineal entre las variables expresadas de esta forma y realice un ajuste lineal para obtener la relación experimental que describe el comportamiento de los datos. NOTA: Tenga especial cuidado en no mezclar los datos correspondientes a dos posiciones diferentes con la misma distancia imagen-objeto. Por lo tanto, puede hacer dos gráficas para cada posición.
- 3. Compare la ecuación obtenida con la forma general esperada y obtenga el valor experimental de la distancia focal. Si observa cuidadosamente el lente convexo usado tiene etiquetado el valor de su distancia focal. Compare el valor experimental calculado de la gráfica con respecto a este valor esperado, y exprese cuanto es el porcentaje de error obtenido en la medida de la distancia focal. Note que también puede calcular la incertidumbre en la pendiente. Cuál es el valor esperado en la pendiente?
- 4. Use las distancias d0 y di para calcular el valor esperado de la magnificación como: M = di/d0
- 5. Emplee sus datos medidos con respecto al tamaño de la imagen y al tamaño del objeto para calcular la magnificación como:

$$M = \frac{TI}{TO} \tag{5.5}$$

donde TI: tamaño imagen TO: tamaño objeto

- 6. Compare el valor experimental de M con respecto al valor esperado, y exprese cuanto es el porcentaje de error obtenido en la medida.
- 7. Discuta en su informe escrito si las imágenes formadas son invertidas, noinvertidas, reales o virtuales. Como lo sabe?

52

Laboratorio 6

Difracción de la luz

6.1 Objetivos

- 1. Estudiar el patrón de difracción dado por rendijas rectangulares sencillas, dobles y múltiples.
- 2. Medir las constantes correspondientes en cada caso

6.2 Preinforme

- 1. ¿En qué consiste el fenómeno de difracción de la luz?
- 2. ¿Qué condiciones debe cumplir una fuente de luz para que produzca un patrón de difracción observable?
- 3. ¿Cuáles son las fórmulas que definen la posición de los máximos y mínimos en un patrón de difracción?
- 4. ¿Cuál es la diferencia entre la difracción de Fresnel y la difracción de Fraunhofer?. ¿Están fundamentadas en principios físicos diferentes?

6.3 Materiales

- Láser de Estado Sólido $\lambda = 670 \times 10^{-9} m$
- Rendijas rectangulares sencillas.
- Rendijas rectangulares dobles y múltiples.
- Xplorer GLX
- Sensor de luz

- Banco óptico
- Sensor de traslación
- Rejilla colimadora

6.4 Fundamento Teórico

En general el fenómeno de la difracción se presenta cuando una onda interactúa con objetos cuyas dimensiones son comparables con su longitud de onda. Desde el punto de vista de la teoría, que considera la luz como un fenómeno ondulatorio, el estudio de la óptica se dividide en dos grandes campos: el de la óptica geométrica y el de la óptica física. Si el objeto con el cual interactúa la luz posee dimensiones muy grandes comparadas con su longitud de onda, se estará en el campo de la óptica geométrica; pero si las dimensiones del objeto son comparables con la longitud de onda de la luz visible está en el rango entre 780 nm y 390 nm aproximadamente. Para que la luz pueda producir un patrón de difracción observable, ésta debe interactuar con objetos que posean dimensiones comparables con estos valores; es por esta razón que el fenómeno no es fácilmente apreciable a simple vista siendo necesarias ciertas condiciones de laboratorio para ser observado.

A su vez el estudio de la difracción puede dividirse en dos partes: la difracción de Fraunhofer y la difracción de Fresnel. En la difracción de Fraunhofer se supone que las ondas incidentes al objeto son planas al igual que las ondas emergentes del mismo. La distancia entre el objeto y la pantalla sobre la cual se observa el patrón, debe ser grande comparada con las dimensiones del objeto. La difracción de Fresnel tiene lugar cuando la fuente puntual de las ondas incidentes, o el punto de observación desde el cual se las ve, o ambos, están a una distancia finita del objeto. El dispositivo experimental que se utiliza en este laboratorio coincide con la concepción de Fraunhofer de la difracción.

6.4.1 Difracción de Fraunhofer por una rendija rectangular

La teoría asociada con la difracción por una rendija rectangular considera una rendija muy angosta (de las dimensiones de la longitud de onda de la luz) y muy larga. En concordancia con el principio de Huygens, cada punto del frente de onda plano se convierte en fuente de pequeñas ondas esféricas secundarias; estas ondas secundarias, llamadas ondas difractadas, luego se recombinan constructiva o destructivamente en una pantalla sobre la cual es posible observar un patrón de difracción cuya distribución de intensidad luminosa a lo largo de ella, corresponde al dibujo de la figura 6.1.

54



Figura 6.1: Distribución de intensidad en el diagrama de difracción de una rendija angosta y larga.

En la práctica lo que se observa en la pantalla es una zona muy brillante central acompañada de una serie de zonas brillantes y oscuras (las brillantes cada vez de intensidad menor), alternadamente alrededor de dicho máximo. (Figura 6.2.) Puede demostrarse que la condición para que haya interferencia destructiva en la pantalla se puede expresar mediante la ecuación:

$$b \, Sen \, \theta = m\lambda \qquad m = 1, 2, 3, \dots \tag{6.1}$$

Donde: *b* es el ancho de la rendija, θ es la separación angular entre el centro del máximo central y el centro de los **mínimos o regiones oscuras** observados, *m* es el orden del patrón de difracción para los mínimos de intensidad (*m* aumenta hacia los extremos del patrón de difracción) y λ es la longitud de onda de la luz incidente.

6.4.2 Difracción de Fraunhofer por una rendija doble

El patrón de difracción por dos rendijas paralelas iguales, resulta de la interferencia de los dos patrones de difracción provenientes de cada una de las rendijas. Lo que se observa en la pantalla es un patrón de interferencia de Young producido por dos rendijas rectangulares modulado por un patrón de difracción de Fraunhofer por una rendija rectangular. En este caso los **máximos** de interferencia están dados por la siguiente expresión:

$$dSen\,\theta = m\lambda \qquad m = 1, 2, 3 \tag{6.2}$$

Donde: d es la distancia entre las dos rendijas, θ es la separación angular entre el máximo de interferencia central y los **máximos secundarios**, m es el orden del



Figura 6.2: Diagrama de difracción de Fraunhofer producido por una rendija angosta y larga.



Figura 6.3: Diagrama de difracción de Fraunhofer debido a dos rendijas paralelas angostas y largas.

patrón de difracción para los **máximos** de interferencia y λ la longitud de onda de la luz.

6.4.3 Difracción por múltiples rendijas - Rejillas

La rejilla de difracción consiste en un gran número de rendijas paralelas idénticas de ancho b y separadas una distancia d. Cuando la rejilla es iluminada convenientemente, el patrón observado en la pantalla consiste en la distribución de interferencia producida por N rendijas, modulado por un patrón de difracción de una sola rendija. En la práctica lo que se observa es una forma parecida al patrón de difracción para la rendija doble extendida al caso de N rendijas. En este caso la condición para interferencia constructiva está dada por la expresión:



Figura 6.4: Distribución de intensidad producida por una red de difracción sobre un plano normal a la luz incidente y paralelo a la red.

Donde: d es la distancia entre las rendijas o constante de la rejilla, θ es la separación angular entre los máximos secundarios y el máximo central, m es el orden del patrón de difracción para máximos de intensidad, λ es la longitud de onda de la luz utilizada para obtener el patrón de difracción.

6.5 Procedimiento

IMPORTANTE: MANIPULAR LAS RENDIJAS CON SUMO CUIDADO Y SOLO GIRANDO LA RUEDA SELECTORA—NO TOCAR LAS RENDIJAS DIRECTAMENTE.

6.5.1 Difracción por una rendija rectangular

- 1. Coloque el accesorio de rejillas simples en el banco óptico. Debe sujetarlo lateralmente y hacer poca presión para que se acople al banco. No fuerce el accesorio pues lo puede quebrar. Sitúelo a 1.00 m de distancia del sensor de luz.
- 2. Encienda el diodo láser y asegurese que la luz incida sobre la primera y más estrecha de las rejillas rectangulares.
- 3. Asegúrese que el colimador situado en frente del sensor de luz esté colocado correctamente. Debe estar en la abertura más estrecha (0,1 mm) para minimizar la luz ambiental incidente sobre el sensor. Además asegúrese que el



Figura 6.5: Montaje experimental.

patrón de interferencia observado incida horizontalmente en la parte blanca del colimador. Guíese por la Figura 6.6

- 4. Conecte el Xplorer a los sensores de luz y traslación. Utilize dos de las cuatro conexiones superiores del Xplorer.
- 5. Asegúrese del correcto posicionamiento del sensor de traslación. Encienda el Xplorer. Inicialmente el explorer mostrará una lista de sensores a escojer. Busque y seleccione la opción LIGHT SENSOR.
- 6. Vaya a la pantalla HOME (a) del explorer y luego seleccione DATA FILES. Ahí encontrará el archivo difracción. Selecciónelo y oprima la opción OPEN. Ahora ya tendrá cargadas las configuraciones necesarias para tomar sus datos.
- 7. Vaya de nuevo al HOME (2) y seleccione el ícono GRAPH. Una vez ahí observará unos ejes de voltaje vs posición. Este voltaje es proporcional a la intensidad de la luz medida por el sensor y la posición dará el valor relativo de la misma para cada máximo o mínimo del patrón de difracción.
- 8. El sensor de traslación tiene un tope asegurado con tornillo. Muévalo de tal forma que el sensor de luz se encuentre justo en uno de los extremos visibles



Figura 6.6: Correcto alineamiento del patrón de interferencia.

del patrón de difracción. En ese punto asegure el tope con el tornillo. Todas sus medidas para ese patrón se harán a partir de ese punto.

- 9. Para tomar la primera medida, un miembro del grupo deberá rotar las poleas del sensor de traslación lentamente para mover todo el sistema desde el tope plástico hasta el otro extremo del patrón de difracción. Otro miembro del equipo deberá iniciar la medida presionando la tecla \bigcirc cuando empieze la traslación del sistema y deberá dar fin a la medida presionando de nuevo la tecla \bigcirc cuando se llegue al extremo del patrón. La forma sugerida de trasladar el sistema se puede observar en la Figura 6.7
- 10. En la pantalla del Xplorer deberá observarse un patrón de difracción similar al de la Figura 6.2. Si no lo observa repita su medida. Intente mover más lentamente el sistema del sensor de luz. El recorrido total del sensor no debe ser menor a 10 segundos ni mayor a un minuto.
- 11. Repita sus medidas ahora para la segunda rendija. Para localizarla afloje el tornillo del accesorio y traslade suavemente la plaqueta con rendijas hasta que la luz láser incida sobre la segunda.
- 12. Recuerde que cada vez que usted presiona la tecla
 para tomar nuevos datos, el Xplorer crea un nuevo gráfico con una nueva tabla de datos asociada. Estos datos se salvan bajo el nombre de RUN 1, RUN 2, ... etc. Si alguna toma de datos no es buena puede borrarla seleccionando el texto run 1, run 2, ... etc. en la pantalla, lo cual se logra oprimiendo el botón



Figura 6.7: Forma recomendada para trasladar el sistema del sensor de luz.

6.5.2 Difracción por rendija doble

- 1. Monte el accesorio con múltiples rendijas en lugar del accesorio de rendijas simples.
- 2. Escoja en primer lugar una de las rendijas dobles disponibles en el accesorio. Rote el accesorio para hacer incidir la luz láser sobre ella.
- 3. Repita la toma de datos de la misma forma que para la rendija sencilla. Ahora su patrón de difracción deberá ser parecido al de la Figura 6.3. Recuerde que puede repetir su toma de datos hasta obtener el patrón de difracción más claro posible. Puede que sea necesario modificar la sensibilidad del sensor de luz. Para hacer esto vaya a la pantalla HOME 🙆 y luego seleccione el ícono SENSORS. Una vez ahí navegue por los menús hasta encontrar la opción de LOW (1X), MEDIUM (10X) y HIGH (100X). Modifique esta sensibilidad para intentar mejorar sus medidas.
- 4. Repita su toma de de datos para otra rendija doble con una separación entre rendijas diferente.
- 5. Recuerde de anotar qué medidas (run 1, run 2, ... etc.) corresponden a cada rendija. Deben anotar también los parámetros de las rendijas anotados en

6.6. ANÁLISIS

los accesorios de rendijas simples y múltiples.

6. Recuerde además que usted puede escojer cualquier par de rendijas dobles del conjunto disponible. Cada grupo escogerá así rendijas diferentes en general.

6.5.3 Múltiples rendijas de Difracción

- 1. Con el mismo montaje utilizado en el numeral anterior haga incidir la luz del láser sobre alguna de las posiciones del accesorio con más de dos rendijas.
- 2. Realize la toma de datos teniendo en cuenta los pasos seguidos anteriormente.
- 3. Recuerde siempre anotar qué medidas (run 1, run 2, ... etc.) corresponden a cada rendija.

6.5.4 Transferencia de Datos

Para salvar sus datos de la práctica, el Xplorer se debe conectar al puerto USB del computador. Una vez hecho esto encienda el computador y localize el ícono de PASCO en la parte inferior derecha de windows. Haga click derecho en éste ícono y seleccione abrir. Aparecerá una ventana en donde debe seleccionar abrir DataStudio.

Una vez abierto el programa DataStudio seleccione el botón SETUP y aparecerá otra ventana. En esta ventana aparece un dibujo del Xplorer y al lado un ícono de archivos. Seleccione este ícono y cargue los datos del archivo difracción. El programa abrirá los datos y gráficos guardados en el Xplorer.

Ahora busque cada uno de sus gráficos obtenidos y haga click en el menú superior DISPLAY y luego EXPORT DATA (Exportar Datos). Esta opción le permite exportar sus datos en un archivo plano con extensión TXT, el cual puede ser leído por un programa como el EXCEL. Salve así todos sus datos de gráficos en archivos diferentes y envíeselos por correo electrónico o paselos a una memoria flash.

6.6 Análisis

Utilizando un programa como el EXCEL, mida gráficamente las distancias entre el máximo central y mínimos a cada lado en el caso de difracción por una sola rendija. Para dos o más rendijas mida la distancia entre el máximo central y los máximos y mínimos secundarios laterales.

• Con los datos obtenidos en el numeral 6.5.1 y con la ecuación 6.1. Encuentre el ancho de la rendija rectangular usada. Compare el valor obtenido con el proporcionado por el fabricante. Estime el error en la medida de b, teniendo en cuenta que b es función de θ .

- Con los datos obtenidos en el numeral 6.5.2 y con las ecuaciones 6.1 y 6.2, encuentre la separación d y el ancho b para cada una de las rendijas dobles. Halle el error respectivo. Compare con los valores escritos en las rendijas.
- Con los datos obtenidos en el numeral 6.5.3 y con la ecuaciones 6.1 y 6.3, encuentre el número de rendijas y sus parámetros. Compare estos resultados con los proporcionados por el fabricante.

62

CICLO II: FÍSICA MODERNA



DEPARTAMENTO DE FÍSICA FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

Laboratorio 7

Radiación térmica

7.1 Objetivos

- 1. Introducir experimentalmente el concepto de radiación térmica.
- 2. Comprobar la Ley de Stefan-Boltzmann para altas temperaturas.
- 3. Verificar la ley del cuadrado inverso para la radiación térmica.

7.2 Preinforme

- 1. ¿ En qué consiste la radiación térmica ?.
- 2. ¿ A qué se le denomina radiación de cuerpo negro ?.
- 3. ¿ Qué establece la ley de Stefan-Boltzmann?.

7.3 Materiales

- Sensor de radiación PASCO TD-8553.
- Cubo de radiación térmica TD-8554A.
- TD-8555 Lámpara de Stefan-Boltzman.
- voltímetro, Amperímetro, Ohmetro, Fuente de voltaje (12 VDC;3A).
- Ventana de vidrio, láminas aislantes con recubrimiento de aluminio, lámina de triplex pequeña, lámina de aluminio, cinta métrica y algunos otros materiales que puedan ensayarse como bloqueadores de la radiación térmica.

7.4 Fundamento Teórico

La radiación térmica se encuentra en la región infrarroja del espectro electromagnético, el cual se extiende desde las señales de radiofrecuencia hasta los rayos γ . Su fuente son los cuerpos calientes debido a oscilaciones de las moléculas que los conforman. La energía asociada a la radiación térmica se puede medir utilizando sensores tales como termopares los cuales responden al calor generado por algún tipo de superficie. Se dice que un cuerpo se encuentra en equilibrio térmico cuando emite la misma cantidad de radiación térmica que absorbe; desprendiendose de aquí, que los buenos absorbentes de la radiación son buenos emisores de la misma. A un absorbente o emisor ideal de la radiación se le llama *cuerpo negro*. La física que se conocía hasta el año 1900 había logrado explicar ciertos aspectos relacionados con la radiación térmica.

En 1879 Josef Stefan habia observado que la intensidad de la radiación es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura. Años mas tarde Ludwing Boltzmann puso esta observación sobre una sólida base teórica y hoy se conoce como la *Ley de Stefan-Boltzmann* la cual establece que:

$$\Re = \sigma T^4 \tag{7.1}$$

Donde

 \Re : es la radiación térmica emitida por un objeto a una temperatura T. σ : es la constante de Stefan-Boltzmann y es igual a $(5,670400 \pm 0,000040) \times 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$. T: es la temperatura del objeto en consideración modida en kelvin

 $T\colon$ es la temperatura del objeto en consideración medida en kelvin.

Los trabajos de Stefan, Boltzmann y Wien, entre otros, sirvieron como base para que Lord Raileigh y Sir James Jeans, llegaran a una fórmula desarrollada en términos de la física clásica para la radiación de cuerpo negro, la cual estuvo de acuerdo con los resultados experimentales sólo parcialmente. La discrepancia fué resuelta poco tiempo después por Max Planck en términos de una nueva concepción de la energía asociada al campo electromagnético, lo que dió origen a la física cuántica.

En condiciones normales de laboratorio, un experimento para comprobar esta ley, debe considerar si la temperatura ambiente dentro del laboratorio afecta o no los resultados. Si se consideran temperaturas del objeto T por encima de 1000 grados Kelvin, la cuarta potencia de la temperatura ambiente es despreciable comparada con la cuarta potencia de la temperatura del objeto. Pero si se consideran temperaturas menores a 370 grados Kelvin, deberá incluirse dentro del procedimiento la



Figura 7.1: Sensor de Radiación PASCO TD-8553

medición de la temperatura ambiente la cual ya no podrá ser despreciada.

En este experimento se utiliza un sensor (Figura 7.1) que consiste en una pequeña termopila la cual produce una diferencia de potencial que es proporcional a la intensidad de la radiación. La respuesta espectral de la termopila es esencialmente plana en la región infrarroja y el rango de voltajes producidos van desde el orden de los microvoltios hasta el orden de los 100 milivoltios. Es necesario utilizar un voltímetro con una buena resolución para realizar las mediciones.

Otro de los elementos utilizados para esta experiencia de laboratorio es el cubo de radiación térmica (Figura 7.2), el cual provee cuatro superficies diferentes de radiación que pueden ser calentadas hasta una temperatura de 120 grados Celcius. El cubo es calentado por un bombillo de 100 W. Una vez conectado a la red (115 o 200 VAC), se coloca el interruptor en "ON" con lo cual le llega corriente al bombillo y la perilla de potencia que se encuentra al lado derecho al interruptor, se gira de "low" a "high" para aumentar temperatura en el interior del cubo.

La temperatura se obtiene midiendo con un óhmetro los cambios de resistencia en un termistor que se encuentra en uno de los costados en la parte inferior del cubo. Los datos de resistencia se convierten a temperatura utilizando la tabla de conversión suministrada por el fabricante la cual se anexa al final de esta guía (Ver tabla 7.4).

Si el detector en el sensor de radiación fuera operado al cero absoluto de temperatura, él podría producir un voltaje directamente proporcional a la intensidad de



Figura 7.2: Cubo de radiación térmica PASCO TD-8554A

radiación que incide en él.

Sin embargo el detector no está al cero absoluto de temperatura, por tanto, él es también un radiador de energía térmica. De acuerdo a la ley de Stefan-Boltzmann, él irradia a una tasa:

$$\Re_{detector} = sT_{detector}^4$$

El voltaje producido por el sensor es proporcional a la radiación incidente sobre él menos la radiación que sale de él. Matemáticamente, el voltaje del sensor es proporcional a:

$$\Re_{neto} = \Re_{rad} - \Re_{det} = s(T^4 - T_{det}^4)$$

Siempre que usted cubra cuidadosamente el sensor de radiación de la radiación del cubo mientras no se esten haciendo las medidas, T_{det} será muy cercana a la temperatura ambiente T_{rm} .

El otro elemento importante para la realización de esta práctica es la lámpara de Stefan-Boltzmann (Figura 7.3), la cual consiste en una fuente de radiación térmica a altas temperaturas. La lámpara puede ser utilizada para investigaciones a altas temperaturas de la ley de Stefan-Boltzmann. Las altas temperaturas simplifican el análisis porque la cuarta potencia de la temperatura ambiente es despreciablemente pequeña comparada con la cuarta potencia de la alta temperatura del filamento de la lámpara. Cuando está apropiadamente orientado, el filamento también provee una buena aproximación a una fuente puntual de radiación térmica. Él, por esta razón, trabaja bien para investigaciones dentro de la ley del inverso del cuadrado.



Figura 7.3: Lámpara de Stefan-Boltzmann TD-8555

Ajustando la corriente y el voltaje del filamento (13 V max, 2 A min, 3 A max), se pueden obtener temperaturas de hasta 3 000 grados Celsius. La temperatura del filamento se obtiene a través de mediciones de diferencia de potencial y corriente dentro de la lámpara. La diferencia de potencial dividida por la corriente da la resistencia del filamento y ésta se utiliza en conjunto con la tabla 7.5 para el cálculo de la temperatura.

7.5 Procedimiento

NOTA:Cuando use el sensor de radiación, siempre protéjalo de objetos calientes excepto por los pocos segundos que realmente toma hacer las medidas. Esto previene el calentamiento de la termopila lo cual cambiará la temperatura de referencia y alterará la lectura.

7.5.1 Ley de Stefan-Boltzmann a altas temperaturas

IMPORTANTE: El voltaje en la lámpara no puede exceder los trece voltios. Realice cada lectura rápidamente. Entre lecturas, coloque un protector reflector de calor entre la lámpara y el sensor, de tal modo que la temperatura del sensor esté relativamente constante (Bloque de icopor).

1. Mida la temperatura en el laboratorio T_{ref} en kelvin (K = C + 273). Asuma una resistencia de $(0,3\pm0,1)\Omega$ para una temperatura cercana a 295 K.



Figura 7.4: Montaje experimental para comprobar la ley de Stefan-Boltzmann a altas temperaturas



Figura 7.5: Montaje Experimental


Figura 7.6: Montaje experimental para comprobar la ley del cuadrado inverso.

- 2. Monte el equipo como indica en la Figura 7.4. El voltímetro debe estar conectado directamente a la lámpara. El sensor debe estar a la misma altura del filamento, con la cara frontal del sensor aproximadamente a 6 cm del filamento. El ángulo de entrada a la termopila no debe incluir otros objetos cercanos diferentes a la lámpara.
- 3. Encienda la fuente de voltaje. Para cada voltaje de la tabla 7.1, anote el valor de la corriente I leída en el amperímetro, y el valor de la radiación \Re leído en el voltímetro.

7.5.2 Ley del cuadrado inverso

IMPORTANTE: Haga cada lectura del sensor rápidamente. Entre lecturas, coloque las dos láminas bloqueadoras de la radiación entre la lámpara y el sensor, con la superficie plateada frente a la lámpara , de tal manera que la temperatura del sensor permanezca relativamente constante.

- 1. Monte el equipo como se muestra en la Figura 7.5.
 - Adhiera la cinta métrica en la mesa.

	Datos		Cá	lculos	
V (Voltios)	l (Amperios)	Rad (mV)	R (Ohmios)	Т (°К)	T ⁴ (°K ⁴)
1.00					
2.00					
3.00					
4.00					
5.00					
6.00					
7.00					
8.00					
9.00					
10.00					
11.00					
12.00					

Tabla 7.1: Tabla de datos para comprobar la ley de Stefan-Boltzmann

- Coloque la lámpara de Stefan-Boltzmann en uno de los extremos de la cinta métrica como se muestra. El cero de la cinta métrica debe alinearse con el centro del filamento de la lámpara.
- Ajuste la altura del sensor de radiacion tal que esté en el mismo plano del filamento de la lámpara de Stefan-Boltzmann.
- Oriente la lámpara y el sensor de tal modo que, al deslizar el sensor a lo largo de la cinta métrica, el eje de la lámpara se alinee tan cerca como sea posible con el eje del sensor.
- Conecte el sensor al voltímetro y la lámpara a la fuente de voltaje como se muestra en la Figura 7.5.
- 2. Con la lámpara apagada, deslice el sensor a lo largo de la cinta métrica. Anote las lecturas del milivoltímetro a intervalos de 10 cm. Promedie estos valores para determinar el nivel ambiental de radiación térmica. Usted necesitará sustraer este valor promedio ambiental de sus mediciones con la lámpara encendida, para poder determinar la contribución de la lámpara sola.
- 3. Accione el control de la fuente de voltaje para encender la lámpara. Coloque una diferencia de potencial de aproximadamente 10 V.
- 4. Ajuste la distancia entre el sensor y la lámpara para cada una de las posiciones de la tabla 7.2. Anote la lectura en el milivoltímetro para cada posición.

7.5.3 Introducción a la radiación térmica

- 1. Conecte el óhmetro y el voltímetro (utilice la escala de mV) como se muestra en la Figura 7.6.
- 2. Lleve el interruptor del cubo de radiación a "ON" y lleve la perilla que controla la potencia del bombillo a la posición "HIGH". Mantenga la vista en la lectura del óhmetro. Cuando ella haya bajado hasta alrededor de 40 k Ω , ponga la perilla en 5.0.
- 3. Cuando el cubo encuentre el equilibrio térmico (Consulte esta parte con su profesor), la lectura del óhmetro fluctuará alrededor de un relativo valor fijo. Use el sensor de radiación para medir la radiación emitida por cada una de las cuatro superficies del cubo. Coloque el sensor tal que los terminales estén en contacto con la superficie del cubo (esto asegura que la distancia de las mediciones es la misma para todas las superficies). Anote sus medidas en tabla 7.3. Use la información suministrada al final de la guía (ver Tabla 7.4) para determinar la temperatura correspondiente .



Figura 7.7: Montaje experimental para la introducción a la radiación térmica.



Figura 7.8: Montaje experimental para la introducción a la radiación térmica.

х	Nivel de radiación ambiental (mV)	X	Rad	1/X ²	Rad - Ambient
(cm)		(cm)	(mV)	(cm ⁻)	(mV)
10		2.5			
20		3.0			
30		3.5			
40		32			
50		4.0			
60		4.5			
80		5.0			
90		6.0			
100		7.0			
Nivel de	radiación	8.0			
ambient	al promedio:	9.0			
N	ivel de Radiación	10.0			
Ambiental		12.0			
		14.0			
		16.0			
		18.0			
		20.0			
		25.0			
		30.0			
		35.0			
		40.0			
		45.0			
		50.0			
		60.0			
		70.0			
		80.0			
	Padiagián va Distancia	90.0			
	naulacion vs Distancia	100.0			

Tabla 7.2:

7.6. ANÁLISIS

- 4. Lleve la perilla de potencia, primero a 6,5, luego a 8,0 y luego a "high". Para cada uno de los valores anteriores espere que el cubo alcance el equilibrio térmico, luego repita las medidas del paso anterior y anote sus resultados en la tabla 7.3.
- 5. Coloque el sensor aproximadamente a 5 cm de la superficie negra del cubo de radiación térmica y anote la lectura. Coloque una ventana de vidrio entre la superficie y el sensor. ¿Es la ventana de vidrio un efectivo bloqueador de la radición térmica?.
- 6. Remueva la tapa del cubo de radiación y repita las medidas del paso anterior, ubicando el sensor directamente encima del bombillo. Repita con otros materiales.
- 7. Apague el cubo de radiación y desconéctelo.

7.6 Análisis

7.6.1 Ley de Stefan-Boltzmann a altas temperaturas

- 1. Calcule R_T , la resistencia del filamento a cada uno de los voltajes usados (R = V/I). Entre sus resultados en la tabla 7.1.
- 2. Divida R_T por R_{ref} , para obtener la resistencia relativa (R_T/R_{ref}) .
- 3. Utilizando los valores de resistividad relativa del filamento a temperatura T, use la tabla que se suministra al final de la guía para determinar la temperatura del filamento (Tabla 7.4). Entre los resultados en la tabla.
- 4. Calcule el valor T^4 para cada valor de T y registre sus resultados en la tabla.
- 5. Construya una gráfica de radiación \Re en función de T^4 .
- 6. Cual es la relación entre \Re y $T^4?.$; Se verifica la ley de Stefan Boltzmann a altas temperaturas?.
- 7. La ley de Stefan-Boltzmann es perfectamente cierta unicamente para la radiación de un cuerpo negro ideal. ¿ Es el filamento de la lámpara un verdadero cuerpo negro?.

VARIACION	ES DE RADIAC	DATOS Y	CÁCUL	IOS DE DI	FERENTES SI		RFICIES	
DIAL DE POTENCIA : 5,0	DIAL DE POT	TENCIA: 6,5		DIAL DE PO	TENCIA: 8,0		DIAL DE POT	encia: 10,0
Resitencia Témica Ohm	Resitencia Témic	:a Ohm	Res	sitencia Témi	ca Ohm		Resitencia Témic	a Ohm
Temperatura <u> </u>	Temperatura)°		Temperatura	°C		Temperatura)° (
SUPERFICIE LECTURA DEL SENSOR (mV)	SUPERFICIE	LECTURA DEL SENSOR (mV)	SUI	PERFICIE	LECTURA DEL SENSOR (mV)	6	SUPERFICIE	LECTURA DEL SENSOR (mV)
NEGRA	NEGRA		N	EGRA			NEGRA	
BLANCA	BLANCA		В	LANCA			BLANCA	
Aluminio Pulido	ALUMINIO PULIDO		P P	uminio Ulido			ALUMINIO Pulido	
ALUMINO	ALUMINO		AL	UMINO			ALUMINO	
0PAC0	OPAC0			PAC0		⊢	0PAC0	

Tabla 7.3:

Г

7.6. ANÁLISIS

7.6.2 Ley del cuadrado inverso

- 1. Construya una gráfica de nivel de radiación \Re en función de la distancia, usando los datos de la tabla 7.2.
- 2. Si su gráfica en el punto anterior no es lineal, construya una gráfica de nivel de radiación en función de $1/X^2$, usando los datos de las columnas tres y cuatro de la tabla 7.2.
- 3. ¿ Cuál de las dos gráficas anteriores es más lineal?. ¿ Es lineal sobre todo el rango de mediciones?.
- 4. La ley del inverso del cuadrado establece que la energía radiante por unidad de área emitida por una fuente puntual de radiación disminuye con el cuadrado de la distancia de la fuente al punto de detección. ¿ Sus datos verifican esta ley ?.
- 5. ¿ Es la lámpara de Stefan-Boltzman verdaderamente una fuente puntual de radiación?. Si no, ¿ cómo puede afectar esto sus resultados?. ¿ Se nota este efecto en los resultados que usted tomó?.

7.6.3 Introducción a la radiación térmica

- 1. Utilice la tabla 7.5 para hacer la equivalencia entre resistencia y temperatura.
- 2. Ordene las superficies del cubo de radiación de acuerdo a la cantidad de radiación emitida. ¿ Es el orden independiente de la temperatura ?.
- 3. ¿ Es una regla general que buenos absorbentes de la radiación son también buenos emisores?. ¿ Son sus mediciones consistentes con esta regla?. Explique.
- 4. ¿ Diferentes objetos, a aproximadamente la misma temperatura, emiten diferentes cantidades de radiación ?.
- 5. ¿ Puede usted encontrar materiales en el laboratorio que bloqueen la radiación térmica?. ¿ Puede usted encontrar materiales que no bloqueen la radiación térmica?. (Por ejemplo,¿ sus ropas efectivamente bloquean la radiación térmica emitida por su cuerpo?).
- 6. ¿ Qué sugieren sus resultados acerca del fenómeno de pérdida de calor através de las ventanas?.
- 7. ¿ Qué sugieren sus resultados acerca del efecto invernadero ?.

$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	Therm. Temp. Res. (Ω) (°C)	Therm. Temp. Res. (Ω) (°C)	$\begin{array}{ll} Therm. & Temp. \\ Res.\left(\Omega\right) & \left(^{\circ}C\right) \end{array}$	Therm. Temp. Res. (Ω) (°C)	$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
207,850 10 197,560 11 187,840 12 178,650 13 169,950 14 161,730 15	66,356 34 63,480 35 60,743 36 58,138 37 55,658 38 53,297 39	24,415 58 23,483 59 22,590 60 21,736 61 20,919 62 20,136 63	10,110 82 9,767.2 83 9,437.7 84 9,120.8 85 8,816.0 86 8,522.7 87	4,615.1 106 4,475.0 107 4,339.7 108 4,209.1 109 4,082.9 110 3.961.1 111	2,281.0 130 2,218.3 131 2,157.6 132 2,098.7 133 2,041.7 134 1.986.4 135
153,950 16 146,580 17 139,610 18 133,000 19 126,740 20 120,810 21	51,048 40 48,905 41 46,863 42 44,917 43 43,062 44 41,292 45	19,386 64 18,668 65 17,980 66 17,321 67 16,689 68 16.083 69	8,240.6 88 7,969.1 89 7,707.7 90 7,456.2 91 7,214.0 92 6 980.6 93	3,843,4 112 3,729,7 113 3,619,8 114 3,513,6 115 3,411,0 116 3,311,8 117	1,932.8 136 1,880.9 137 1,830.5 138 1,781.7 139 1,734.3 140 1,688.4 141
120,810 21 115,190 22 109,850 23 104,800 24 100,000 25 95,447 26	41,292 43 39,605 46 37,995 47 36,458 48 34,991 49 33,591 50	15,502 70 14,945 71 14,410 72 13,897 73 13,405 74	6,755.9 94 6,539.4 95 6,330.8 96 6,129.8 97 5,936.1 98	3,215.8 117 3,215.8 118 3,123.0 119 3,033.3 120 2,946.5 121 2,862.5 122	1,558.4 141 1,643.9 142 1,600.6 143 1,558.7 144 1,518.0 145 1,478.6 146
91,126 27 87,022 28 83,124 29 79,422 30 75,903 31 72,560 32 69,380 33	32,253 51 30,976 52 29,756 53 28,590 54 27,475 55 26,409 56 25,390 57	12,932 75 12,479 76 12,043 77 11,625 78 11,223 79 10,837 80 10,467 81	5,749.3 99 5,569.3 100 5,395.6 101 5,228.1 102 5,066.6 103 4,910.7 104 4,760.3 105	2,781.3 123 2,702.7 124 2,626.6 125 2,553.0 126 2,481.7 127 2,412.6 128 2,345.8 129	1,440.2 147 1,403.0 148 1,366.9 149 1,331.9 150

Resistencia vs Temperatura para el cubo de radiación térmica.

Tabla 7.4: Resistencia en función de la temperatura para el cubo térmico.

R/R _{300K}	Temp "K	Resistivity μΩ cm	R/R _{300K}	Temp "K	Resistivity µΩ cm	R/R _{300K}	Temp °K	Resistivity μΩ cm	R/R _{300K}	Temp "K	Resistivity μΩ cm
1.0 1.43 1.87 2.34 2.85 3.36 3.88 4.41 4.95	300 400 500 600 700 800 900 1000 1100	5.65 8.06 10.56 13.23 16.09 19.00 21.94 24.93 27.94	5.48 6.03 6.58 7.14 7.71 8.28 8.86 9.44 10.03	1200 1300 1400 1500 1600 1700 1800 1900 2000	30.98 34.08 37.19 40.36 43.55 46.78 50.05 53.35 56.67	10.63 11.24 11.84 12.46 13.08 13.72 14.34 14.99 15.63	2100 2200 2300 2400 2500 2600 2700 2800 2900	60.06 63.48 66.91 70.39 73.91 77.49 81.04 84.70 88.33	16.29 16.95 17.62 18.28 18.97 19.66 26.35	3000 3100 3200 3300 3400 3500 3600	92.04 95.76 99.54 103.3 107.2 111.1 115.0

Temperatura vs Resistividad para el Tungsteno



Temperatura vs Resistividad para el Tungsteno

Figura 7.9: Resistencia del Tungsteno en función de la temperatura, obtenida de la tabla 7.5.

Laboratorio 8

Efecto fotoeléctrico

8.1 Objetivos

- 1. Determinar la constante de Planck \boldsymbol{h}
- 2. Determinar la dependencia del potencial de frenado respecto de la intensidad de la radiación incidente.

8.2 Preinforme

- 1. En qué consiste el efecto fotoeléctrico ?
- 2. Cuáles son las predicciones clásicas sobre el efecto fotoeléctrico ?
- 3. Qué es el potencial de frenado V_0 ?
- 4. A qué se denomina frecuencia umbral o de corte f_0 ?
- 5. Qué se entiende por función de trabajo w_0 en el efecto fotoeléctrico ?
- 6. Haga un gráfico teórico de la dependencia del potencial con la frecuencia e indique allí f_0 y w_0 .

8.3 Materiales

- Equipo Pasco h/e .
- Voltímetro digital.
- Filtro de transmisión(Dado en porcentajes).
- Filtro para el color amarillo y verde.

8.4. PRECAUCIONES



Figura 8.1: Equipo **PASCO** h/e

8.4 Precauciones

• Encender y esperar a que la radiación observada sea intensa

8.5 Fundamento Teórico

La emisión de electrones en un material alcalino por acción de la luz se denomina **Efecto Fotoeléctrico**. Por la explicación teórica de este fenómeno *Albert Einstein*, recibio el premio Nobel en 1921 y por su contribución experimental *Robert Andrews Millikan* lo obtuvo en 1923.

En 1905 Albert Einstein propuso una explicación que relaciona la forma como depende la emisión fotoeléctrica de la frecuencia de radiación. Einstein sugirió que los electrones libres, en su interacción con la radiación electromagnética, se comportan en la forma propuesta por *Max Planck*, para los osciladores atómicos en relación con la radiación de cuerpo negro, según la cual cada oscilador puede absorber o emitir una cantidad de energía discreta, o cuanto de energía posteriormente llamado *Fotón*. La ecuación que proporciona la energía de un cuanto es

$$E = h\nu \tag{8.1}$$

En la cual, E es la energía absorbida o emitida en cada proceso, h una constante de proporcionalidad (posteriormente llamada constante de *Planck*, $h = 6.625 \times 10^{-34} J \cdot s$), ν la frecuencia de radiación electromagnética. Por consiguiente $\nu = \frac{c}{\lambda}$, donde $c = 3 \times 10^8 m/s$, es la velocidad de la radiación incidente y λ su longitud de onda correspondiente.

Para Einstein cuando un fotón incide sobre una superficie metálica alcalina puede transmitir energía suficiente a un electrón para que supere la barrera de energía potencial de la superficie y se libere del metal. La energía de fotón $h\nu$ debe ser mayor o igual que la función de trabajo w_0 , la cual es la mínima energía que necesita un electrón para poder escapar del metal, es decir $h\nu \geq w_0$. En este caso, $\nu_o = \frac{w_0}{h}$, es llamada la **frecuencia umbral**. Esta frecuencia mínima es incompatible con la teoría ondulatoria, pues, cualquiera que sea la frecuencia de la radiación siempre ha de ser posible una emisión electrónica con una iluminación suficientemente intensa, según la teoría clásica. De acuerdo con lo anterior,

$$h\nu = w_0 + \frac{1}{2}mv_{max}^2 \tag{8.2}$$

Donde $\frac{1}{2}mv_{max}^2$ es la energía cinética del electrón desprendido del metal. Esta ecuación es la célebre ecuación de *Einstein* del efecto fotoeléctrico.

La Energía de los electrones emitidos aumenta linealmente con la frecuencia, pero es independiente de la intensidad de la luz.

Para efectos experimentales se emplea una fotocélula que se compone de una placa fotoemisiva llamada cátodo y un ánodo colector de carga. Cuando el cátodo se expone a una luz de frecuencia ν mayor que la frecuencia umbral ν_0 se produce una corriente en el circuito de la fotocélula que puede ser anulada parcial o totalmente por un potencial de frenado V_0 , aplicado al ánodo, tal que:

$$eV_0 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$
 (8.3)

De tal forma que cuando la corriente se hace igual a cero en el circuito de la fotocelda, la ecuación se transforma en la siguiente expresión:

$$h\nu = w_0 + eV_0 \tag{8.4}$$

8.5.1 El equipo h/e de Pasco

En el equipo PASCO los fotones emitidos por una lámpara de mercurio, se pasan por una rejilla de difracción para separar la luz emitida por la lámpara en sus diferentes colores. Estos fotones inciden sobre el cátodo de un tubo al vacío. Parte de la energía cinética recibida por cada electrón se emplea para escaparse del cátodo w_0 , quedando éste con una energía cinética cuyo máximo es $E_{kmax} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$. Aplicando una diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo, se puede determinar el potencial necesario para detener todos los electrones, y por lo tanto, se mide el máximo de su energía cinética. En este equipo el potencial de frenado se mide directamente con un voltímetro digital

8.6 Procedimiento

8.6.1 Parte A: Cálculo de h, V_0 y ν_o .

- 1. Encienda la fuente de mercurio accionando el interruptor y no la apague hasta finalizar el experimento.
- 2. Espere que la lámpara se caliente durante un minuto para empezar a tomar medidas.
- 3. Observe los espectros que se forman e identifique el espectro de primer orden (el más brillante). Ver figura 8.2.
- 4. Para medir el potencial de frenado V_0 enfoque cada color del espectro exactamente en la ranura de la pantalla reflectiva blanca. Para conseguir esto, rote la barra de la base de apoyo hasta lograrlo.
- 5. Gire el cilindro negro que está detrás de la pantalla blanca hasta que pueda ver la pantalla del fotodiodo.
- 6. Para los colores amarillo y verde ponga en la pantalla reflectiva el filtro correspondiente antes de tomar la medida.
- 7. Gire el aparato h/e sobre la barra vertical hasta lograr que el color seleccionado quede centrado sobre los agujeros del fotodiodo.
- 8. Ponga el cilindro en su posición inicial.
- 9. Ponga en funcionamiento el aparato h/e.
- 10. Conecte el voltímetro digital.
- 11. Presione el botón de descarga y cerciórase que el voltímetro marque cero voltios. Libérelo y espere aproximadamente 30 segundos para tomar el valor del potencial de frenado en cada color.
- 12. Tome cinco medidas del potencial para cada color.



Figura 8.2: Espectro de emisión del mercurio

8.6.2 Parte B. Dependencia del potencial de frenado V_0 con respecto a la intensidad luminosa

- 1. Mida el potencial de frenado para el color amarillo, con cada porcentaje del filtro de transmisión. No olvide poner antes el filtro amarillo. Tome 5 medidas en cada caso.
- 2. Repita el paso anterior para el color verde con su respectivo filtro.

8.7 Análisis

- 1. Con los datos obtenidos elabore las tablas necesarias.
- 2. Grafique el potencial de frenado en función de la frecuencia de cada color. Utilice los datos de la tabla del laboratorio 10 correspondiente al espectro del mercurio (Hg).
- 3. Encuentre la ecuación de la gráfica obtenida. Compárela con la ecuación (8.4) determine de allí la constante h de Planck. Recuerde que el valor de la carga del electrón es $1.60 \times 10^{-19}C$.
- 4. Compare el valor obtenido para h con el valor teórico.
- 5. De su gráfico determine la frecuencia umbral o de corte ν_0 , y la función de trabajo de la fotocelda w_0 . Qué significado físico tienen ν_o y ω_o

8.7. ANÁLISIS

- 6. Para el color amarillo grafique el potencial de frenado en función de la intensidad luminosa, representada por el filtro de transmisión. En el mismo gráfico haga lo propio para el color verde.
- 7. Analizando el gráfico anterior: Depende el potencial de frenado de la intensidad luminosa?. Explique.
- 8. Discuta si sus resultados están mejor sustentados por un modelo cuántico de la luz o por un modelo ondulatorio.
- 9. Consulte aplicaciones de las fotoceldas.

Laboratorio 9

Experimento de Franck - Hertz

9.1 Objetivos

- 1. Estudiar la cuantización de la energía en choques inelásticos
- 2. Determinar las características más importantes del experimento de Franck Hertz.
- 3. Determinar la longitud de onda de la primera línea de excitación de los átomos de mercurio.

9.2 Preinforme.

- 1. Explique brevemente en qué consiste el modelo de Bohr del átomo.
- 2. A qué se denomina estado fundamental o estado base de un átomo?.
- 3. A qué se denomina líneas de excitación del átomo?.
- 4. De qué manera el experimento de Franck Hertz confirma las predicciones hechas en la teoría de Bohr del átomo?.
- 5. Cómo es la curva característica de este experimento?.

9.3 Materiales.

• Equipo PHYWE: En este experimento se utiliza un tubo de Franck - Hertz montado en un horno. La temperatura se puede ajustar usando un termostato que viene en la parte lateral del horno y se puede medir mediante un termómetro previamente insertado por el orificio de la tapa superior del mismo. Ver figura 9.1

9.4. PRECAUCIONES



Figura 9.1: Horno de Franck y Hertz.

- Osciloscopio de Doble Canal.
- Termómetro $0 200^{\circ}C$
- Cables de Conexión.

9.4 Precauciones

- Tener en cuenta las precauciones para el calentamiento del horno y el manejo del osciloscopio
- Deje la perilla del termostato en 150 V y no la mueva durante el resto del experimento.

9.5 Fundamento Teórico

El descubrimiento de que la luz se propaga a través del espacio vacío y pueda ser emitida o absorbida por la materia sólo como paquetes discretos de energía, llamados también "cuantos de luz", influyó profundamente sobre el estudio de la estructura de los átomos. El contenido energético de estos paquetes de energía es $E=h\nu$ donde ν es la frecuencia de la radiación emitida y h la constante de



Figura 9.2: Diagrama simplificado del experimento.

Planck. También Niels Bohr en 1913 contribuyó a entender la estructura atómica de la materia al proponer un modelo para el átomo cuyas predicciones fueron corroboradas posteriormente en 1914 por James Franck y Gustav Hertz quienes realizaron un experimento de bombardeo electrónico cuyos resultados estaban de acuerdo con dicho modelo y la teoría cuántica.

Frank y Hertz demostraron a través del estudio de colisiones entre electrones y moléculas de gas, que la energía de interacciones atómicas está cuantizada. Por este trabajo en 1925 recibieron el premio Nobel de Física.

Un diagrama simplificado del experimento de Franck - Hertz se muestra en la Figura 9.2

En un tubo al vacío el cual es calentado por un horno, se tiene vapor de mercurio; los electrones son emitidos por un cátodo previamente calentado y son acelerados hacia una rejilla la cual está a un potencial V_a relativo al cátodo. Cerca de ella está el ánodo el cual está a un potencial V_p ligeramente menor que el de la rejilla: $V_p = V_a - D_v \text{ con } D_v = 1,5V$.

Si los electrones acelerados tienen suficiente energía cuando lleguen a la rejilla, algunos lograrán acercarse al ánodo y serán medidos como corriente I_c por el amperímetro.

Si los electrones no tienen la suficiente energía al acercarse a la rejilla serán detenidos por el potencial D_v y quedarán en la rejilla. Así I_c pasa a través de una serie de máximos y mínimos cuando el potencial acelerador varíe ya que I_c crece con dicho potencial. Por tanto las moléculas del gas absorben energía de los electrones sólo cuando estos portan cantidades específicas de energía; llamadas de resonancia.

Para el mercurio, el primer estado excitado es el de 4,9 eV por encima de su estado fundamental o base. Cuando el potencial acelerador V_a de los electrones sea menor de 4,9 V, las colisiones electrón-molécula serán elásticas y los electrones no cederán energía al gas de mercurio, llegando a la rejilla con energía cinética igual a eV_a . Cuando V_a sea igual a 4,9 V los electrones tendrán suficiente energía cinética para cederla en un choque inelástico con las moléculas del gas de mercurio. Entonces los átomos de mercurio absorberán completamente los 4,9 eV que tienen los electrones, los cuales no tendrán energía suficiente para superar el potencial retardador D_v y serán detenidos por la rejilla. La corriente hacia el ánodo I_c presentará así un mínimo.

Al aumentar el potencial acelerador V_a por encima de 4,9 V, I_c aumentará de nuevo; sin embargo cuando V_a alcance 9,8 V, los electrones pueden perder toda su energía en dos colisiones con las moléculas del gas e I_c ser nuevamente mínima. Debido a estas múltiples colisiones inelásticas I_c presentará mínimos cada vez que V_a sea múltiplo entero de 4,9 V.

9.6 Procedimiento

La corriente del filamento, el voltaje de aceleración V_a , el voltaje de frenado D_v y el amplificador de la corriente del ánodo, vienen dispuestos en la misma unidad de control. Ver figura (9.3) Los valores de potencial aplicado y la respectiva corriente en el ánodo pueden leerse en el osciloscopio.

9.6.1 Calentamiento del Horno

- 1. Conecte el horno a 110 V corriente alterna.
- 2. Encienda el horno con el interruptor que está en el cable de conexión. Ajuste la perilla del termostato (alrededor de $150^{\circ}C$). Observe que el bulbo del termómetro esté cerca al centro del tubo. Espere de 10 a 15 minutos a que la temperatura se eleve aproximadamente a $170^{\circ}C$. Nunca más allá de $200^{\circ}C$.
- 3. Encienda la unidad de control. (Ver figura 9.3)
- 4. Una vez se alcance los $170^{\circ}C$ ajuste la perilla HEATER a 5,5 V y espere 90 segundos para que se caliente.
- 5. Aplique el voltaje de frenado $D_v = 1,5$ V, mediante la perilla REVERSE BIAS, entre la rejilla y el ánodo.
- 6. Encienda el osciloscopio.



Figura 9.3: Unidad de Control

- 7. En la unidad de control pase el interruptor que está debajo de la perilla del voltaje acelerador V_a , a la posición RAMP.
- 8. Ajuste la perilla de amplitud a la mitad.
- 9. Los canales X e Y del osciloscopio deben estar en una escala aproximadamente de 0,5 V/cm . Gire las perillas de calibración completamente a la derecha.
- 10. Eleve lentamente el voltaje acelerador V_a a partir de 0 V. y observe en la pantalla del osciloscopio la curva que se forma. Cuente los mínimos. El potencial acelerador no debe sobrepasar los 30V. Obtenga al menos 5 mínimos dentro de este rango de voltaje.
- 11. Mida la diferencia de potencial entre mínimos de la curva.

NOTA: La entrada al canal Y del osciloscopio es proporcional a la corriente. La entrada al canal X es igual al voltaje aplicado dividido por 10, o sea V/10. (Vea el panel de la unidad de control).

9.7 Análisis

1. Qué características presenta la curva observada en el osciloscopio?

9.7. ANÁLISIS

- 2. Se produce un cambio en el valor de un mínimo cuando varía el potencial acelerador?
- 3. Por qué cambia el valor de los máximos y de los mínimos cuando aumenta el potencial acelerador?
- 4. Cuál es el significado de la diferencia de potencial entre los mínimos medidos?
- 5. Determine el valor medio de la diferencia de potencial entre los mínimos medidos en la curva.
- 6. Compare este valor con el valor esperado.
- 7. Con sus datos calcule la energía de excitación del átomo de mercurio, la frecuencia y la longitud de onda correspondiente.
- 8. Compare la longitud de onda hallada con el valor conocido de 253,7 nm.

Laboratorio 10

Espectroscopía Optica

10.1 Objetivos

- 1. Utilizar el espectroscopio como herramienta para la identificación de elementos desconocidos por medio de su espectro de emisión
- 2. A través del estudio del espectro de emisión del hidrógeno, verificar la teoría de Bohr sobre el átomo de hidrógeno mediante de la determinación de la constante de Rydberg

10.2 Preinforme

- 1. ¿ Cuál es el valor aceptado de la constante de Rydberg y sus unidades?
- 2. ¿ Cuál es la diferencia entre espectro de emisión y espectro de absorción?. ¿ Cómo se distinguen ópticamente?
- 3. ¿ A qué se denomina espectro contínuo?, ¿ Espectro de bandas? y ¿ Espectro de líneas o discreto?

10.3 Materiales

- Equipo conformado por espectroscopio, lámpara y fuente de 220 V Corriente alterna.
- Tubos espectrales de : Cd, Hg, Zn, Ne, He, Na, K, Rb.
- Tubo espectral de H.
- Soportes para tubos espectrales.
- Cables de conexión



Figura 10.1: Esquema que ilustra los componentes del espectroscopio en un plano central.

10.4 Precauciones

- Iluminar bien el espectroscopio y observar la escla en forma nítida.
- Colocar cada tubo enfrente del telescopio del espectroscopio cerciorándose que la ventana esté abierta y enfocada.
- La vida útil de los tubos se amplia si la operación se hace en ciclos no mayores de 30 segundos dejandolo descansar el mismo tiempo que estuvo encendido para poder así alargar la vida útil de los tubos.

10.5 Fundamento Teórico

Un átomo o molécula puede absorber o emitir radiación electromagnética sólo de frecuencias bien definidas, debido a que los electrones dentro del átomo se encuentran en estados energéticos llamados "estacionarios". La existencia de estos estados estacionarios impiden que el electrón sea capaz de variar su energía continuamente, dando lugar a lo que se conoce como cuantización de la energía. Así, la única posibilidad para que el electrón aumente su energía ocurre cuando efectúa "saltos" entre niveles permitidos, emitiendo o absorbiendo en ese proceso una cantidad discreta de energía. Esta cantidad se puede cuantificar a través de la siguiente fórmula que relaciona la energía E de un estado estacionario con la de otro cualesquiera E':

$$E' = E \pm h\nu. \tag{10.1}$$

En donde $h\nu$ se define como el *cuanto* de energía, h es la constante de *Planck* y ν la frecuencia de la radiación. La ecuación 10.1 se obtiene aplicando los siguiente postulados de *Niels Bohr* (1913):

- Un sistema atómico puede existir en estados estacionarios o cuantizados cada uno de los cuales tiene una energía definida. Las transiciones de un estado estacionario a otro están acompañadas por una ganancia o pérdida de una cantidad de energía igual a la diferencia de energía entre los dos estados: La energía ganada o perdida aparece como un cuanto de radiación electromagnética
- Un cuanto de radiación tiene una frecuencia ν igual a su energía dividida por la constante de Planck,

$$\nu = \frac{E' - E}{h}.\tag{10.2}$$

Con el fin de obtener resultados específicos, Bohr propuso que en el caso del hidrógeno, los estados estacionarios correspondían a órbitas circulares del electrón

94



Figura 10.2: Transiciones entre los estados estacionarios de un átomo, una molécula o un núcleo. La separación entre los niveles de energía y las transiciones posibles dependen de la naturaleza del sistema

alrededor del núcleo y que el momentum angular L de éste electrón debía ser un múltiplo entero de $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Al unir estas ideas es posible calcular la energía de los estados estacionarios del electrón por medio de la siguiente ecuación:

$$E = \frac{Rhc}{n^2}.$$
(10.3)

En donde R es la constante de Rydberg, c la velocidad de la luz, e la carga eléctrica del electrón, n un entero positivo que denota el nivel energético. En consecuencia la ecuación 10.2 se puede escribir:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \tag{10.4}$$

en donde n denota el estado energético inicial o base y m el final para el caso de emisión. La anterior ecuación en su forma empírica recibió el nombre de *Ecuación de Balmer* en honor a *Johan Jacob Balmer* quien catalogó las líneas espectrales del hidrógeno. En este caso n = 2 y m = 3, 4 y 5, para rojo, verdeazul y violeta respectivamente.



Figura 10.3: Esquema que ilustra la escala ss' y algunas longitudes de onda vistas a través del anteojo (T)

10.6 Procedimiento

- 1. Espectrómetro óptico: El espectrómetro consiste, en esencia, en un anteojo (T), dos colimadores (C1 y C2) y un prisma de dispersión (P). (C1) es un sistema de lentes montado dentro de un tubo telescópico con una ranura ajustable en un extremo, tiene por objeto lograr un haz de rayos paralelos provenientes de la ranura iluminada. Los colimadores están fijos y el anteojo va unido a un brazo que gira alrededor del centro del soporte, y se disponen horizontalmente con los ejes en el mismo plano.En el centro del instrumento hay una plataforma (B) sobre la cual hay un prisma de dispersión (P) que produce una serie de líneas espectrales debido a alguna fuente luminosa (F1) (uno de los tubos que se dan para la práctica); el anteojo (T) tendrá sobre su escala una posición definida para cada línea, correspondiente a cada longitud de onda en particular. La escala está colocada en el extremo del colimador (C2), ajustado de modo que dirija los rayos luminosos hacia el anteojo (T), después de reflejados en una cara del prisma (P). Ver figura (10.1)
- Encienda la lámpara de Reuter (F2) y aumente lentamente el voltaje de alimentación de un tubo espectral (F1) justo hasta que éste encienda. NO SOBREPASE EL VOLTAJE MAS ALLA DEL PUNTO DE EN-CENDIDO – PUEDE QUEMAR EL TUBO – y observe a través del anteojo (T).

10.6. PROCEDIMIENTO



Figura 10.4: Montaje del espectroscopio y el tubo espectral

- 3. En el extremo del colimador (C1) hay un tornillo que regula la abertura de la ranura ajustable y de esa manera se le puede dar nitidez a las líneas espectrales.
- 4. Observe una línea espectral bien definida y anote su ubicación en la escala graduada (ss'). Ver figura (10.3). Al tiempo vaya girando el anteojo en su plano horizontal. Cómo es la ubicación de la línea espectral elegida con respecto a la escala graduada para cualquier posición del anteojo?.
- 5. Anote las posiciones sobre la escala para una serie de líneas espectrales bien definidas y busque en la tabla 1 la longitud de onda correspondiente, acorde al elemento en estudio.
- 6. Repita el paso anterior con cada uno de los tubos espectrales de elementos conocidos.
- 7. Con los datos tomados en las partes 4 y 5 contruya un gráfico de longitud de onda λ (en Å), vs. la escala (ss'), la cual será llamada curva de calibración.

- 8. Reemplace la fuente para tubos geissler, por la fuente para alimentar el tubo de hidrógeno, enciéndala y observe el espectro nítidamente.
- 9. Anote las posiciones sobre la escala para las líneas espectrales del hidrógeno y por medio de la curva de calibración, determine las longitudes de onda λ_{α} (Rojo), λ_{β} (Azul) y λ_{γ} (Violeta) correspondientes con cada línea espectral.

10.7 Análisis

- 1. Con base en la ecuación 10.4 es posible encontrar el valor de la constante de Rydberg R y así demostrar que la teoría de Bohr es válida para el átomo de hidrógeno. Con tal fin construya una gráfica lineal con sus datos experimentales de $\frac{1}{\lambda}$ en función de $\left(\frac{1}{n^2} \frac{1}{m^2}\right)$ a partir de la cual se pueda obtener un valor de R
- 2. Obtenga un porcentaje de error entre el valor que obtuvo de R y el valor que se encuentra en los libros. (Ver bibliografía)

Elemento	Color	Intensidad	Longitud de Onda $(\stackrel{o}{\mathrm{A}})$
Neón	Rojo	Fuerte	6532
Ne	Rojo	Fuerte	6402
	Naranja	Fuerte	5902
	Naranja	Fuerte	5872
	Amarillo	Fuerte	5804
	Verde	Débil	5080
	Verde	Débil	5052
Cinc	Rojo	Débil	6483
Zn	Rojo	Muy fuerte	6362
	Verde-azul	Muy fuerte	5585
	Azul	Muy fuerte	4811
	Azul	Muy fuerte	4722
	Violeta	Débil	4293
	Violeta	Mediano	4113
	Violeta	Fuerte	3989
Rubidio	Rojo	Mediano	6560
Rb	Rojo	Mediano	6458
	Rojo	Débil	6200
	Amarillo	Débil	5724
	Amarillo	Débil	5700
	Verde	Mediano	5523
	Verde	Mediano	5431
	Verde	Mediano	5362
	Verde	Mediano	5153
	Violeta	Fuerte	4201

Tabla No.1. Longitudes de onda de líneas espectrales.

98

Elemento	Color	Intensidad	Longitud de Onda $({}^{o}_{A})$
Hidrógeno	Rojo	Fuerte	6563
Η	Verde-azul	Mediano	4861
	Violeta	Mediano	4340
Helio	Rojo oscuro	Débil	7065
He	Rojo	Fuerte	6678
	Amarillo	Muy fuerte	5876
	Verde	Débil	5048
	Verde	Mediano	5016
	Verde-azul	Mediano	4922
	Azul	Débil	4713
	Azul	Fuerte	4471
	Violeta	Débil	4390
Mercurio	Amarillo	Muy fuerte	5791
Hg	Amarillo	Muy fuerte	5770
	Verde	Fuerte	5461
	Verde-azul	Mediano	4916
	Azul	Fuerte	4358
	Violeta	Mediano	4078
	Violeta	Mediano	4047
Sodio	Amarillo	Fuerte	5896
Na	Amarillo	Muy fuerte	5890
Cadmio	Rojo	Fuerte	6438
Cd	Verde	Fuerte	5382
	Azul	Fuerte	4800
	Violeta	Fuerte	3729
Potasio	Rojo	Mediano	6307
K	Rojo	Mediano	6247
	Naranja	Mediano	5812
	Amarillo	Mediano	5772
	Verde	Fuerte	5310
	Verde	Mediano	5084
	Verde	Débil	5005
	Violeta	Débil	4424
	Violeta	Fuerte	4340

10.8 Preguntas

- 1. ; Se puede con la ecuación (10.4) hallar la constante de Rydberg utilizando cualquier elemento de emisión conocido?. Explique
- 2. ¿ Existen líneas espectrales de algunos elementos, que no sean visibles para el ojo humano?
- 3. Consulte algunas aplicaciones

Laboratorio 11

Radioactividad

11.1 Objetivos

- 1. Determinar el valor de la radiación de fondo en el laboratorio
- 2. Determinar si la ley del cuadrado inverso se aplica a la radiación emitida por sustancias radioactivas
- 3. Hallar la energía de decaimiento beta para la muestra Tl 204
- 4. Estudiar las características de absorción de rayos β .

11.2 Preinforme

- 1. ¿ A qué se denomina radioactividad ?
- 2. ¿Cuál es la diferencia entre radioactividad natural y radioactividad artificial?
- 3. ¿ Cuáles son los tipos de radiación emitidas por sustancias naturales.
- 4. ¿ Qué fuerza mantiene unidos los protones y neutrones en el núcleo del átomo y cuáles son sus características principales?
- 5. ¿ Cómo se define el tiempo de vida media de una sustancia radioactiva?
- 6. ¿ A qué se denomina radiación de fondo?

11.3 Materiales

- Contador de Radiación Leybold Didactic 575471 NA
- Tubo contador GEIGER Leybold Didactic 55901 (voltaje máximo 500 V)



Figura 11.1: Equipo para medición de la radiación.

- Portamuestras
- Muestras Radioactivas de Cs-137, Tl-204, Sr-90
- Caja con absorbedores

11.4 Precauciones

- Conservar las muestras en la caja de plomo.
- Evitar quitar el protector del tubo.

11.5 Fundamento Teórico

La física nuclear tuvo su orígen en 1896. En ese año, Henri Becquerel (1852-1908) hizo un descubrimiento importante: en sus estudios de fosforescencia, encontró que cierto material (el cual contenía uranio) oscurecía una placa fotográfica incluso cuando ésta se cubría para que no incidiera la luz sobre ella. Era claro que el material emitía una nueva clase de radiación que, a diferencia de los rayos X, ocurría sin necesidad de estímulo externo. Este nuevo fenómeno llegó a ser conocido como **Radioactividad**.

Después del descubrimiento de Becquerel, Marie Curie (1867-1934) y su esposo Pierre Curie (1859-1906), aislaron dos elementos anteriormente desconocidos los cuales eran altamente radioactivos. Estos elementos fueron llamados Polonio y Radio. Otros elementos radioactivos fueron descubiertos en los siguientes años. Se encontró que la radioactividad no era afectada por los mas fuertes tratamientos físicos y químicos, incluyendo altas o bajas temperaturas y la acción de reactivos químicos. Era claro entonces que la fuente de la radioactividad yacía en el interior del átomo, debía emanar de su núcleo. Con el tiempo se entendió que la radioactividad es el resultado de la desintegración o el decaimiento de núcleos inestables. Ciertos isótopos no son estables bajo la acción de la fuerza nuclear, por lo tanto decaen emitiendo algún tipo de radiación o "rayos".

Muchos isótopos inestables se encuentran en la naturaleza y a este tipo de radioactividad se le denomina "Radioactividad Natural". Otros isótopos inestables pueden ser producidos en el laboratorio a través de reacciones nucleares, por lo tanto se dice que emiten "Radioactividad Artificial". Rutherford y otros empezaron a estudiar la naturaleza de los rayos emitidos en la radioactividad alrededor de 1898. Ellos encontraron que estos rayos podían ser clasificados en tres clases dependiendo de su poder de penetración. Un tipo de radiación podía escasamente atravesar una hoja de papel. El segundo tipo podía traspasar hasta 3 mm de aluminio. El tercer tipo era extremadamente penetrante: podía atravesar varios centímetros de plomo y aún así detectarse al otro lado. Ellos denominaron a estos tipos de radiación alfa (α), beta (β) y gama (γ), respectivamente, siguiendo las tres primeras letras del alfabeto griego. Se encontró que cada tipo de radiación tenía diferente carga eléctrica y por lo tanto se deflectaba de forma diferente por un campo magnético, (ver fig. ??); los rayos α tienen carga positiva, los β carga negativa o positiva y los γ son neutros. Pronto se encontró que los tres tipos de radiación consistían de partículas familiares. Los rayos α son simplemente núcleos de átomos de Helio; es decir, un rayo α consiste en dos protones y de dos neutrones unidos entre sí. Los ravos beta son electrones (o positrones), idénticos a los que orbitan el núcleo (pero son creados en su interior). Los rayos gama son fotones de muy alta energía, aún más alta que la de los ravos X.

Si un cierto núcleo P decae por proceso radiactivo en un determinado núcleo D, a P se le conoce como núcleo padre y a D como núcleo hijo. Es razonable preguntarse si los rayos α , β y γ siempre forman parte del núcleo padre. Los experimentos han demostrado que no es así. Ya se sabe que para las partículas α , el núcleo padre ya contiene los protones y los neutrones de los cuales se forma la partícula; pero no hay evidencia que ella siempre exista como una entidad independiente dentro del volumen nuclear. En su lugar, hay cierta probabilidad para su formacion y cierta probabilidad para su escape posterior del núcleo padre. En el caso de los rayos β y γ , jamás se encuentran como partículas dentro del núcleo; se crean durante las

102

transformaciones nucleares para luego escapar del nuevo núcleo.

La desintegración radioactiva de los núcleos puede ocurrir espontáneamente. Toda muestra radioactiva contiene una cantidad considerable de núcleos, cada uno de los cuales tiene la misma probabilidad de desintegrarse en cualquier intervalo de tiempo dado. El tiempo necesario para que se desintegre cierta fracción de los núcleos inicialmente presentes puede variar desde unos cuantos microsegundos hasta miles de millones de años dependiendo de la muestra. Sea N_0 el número de núcleos radioactivos presentes en una muestra en el tiempo t = 0, y N el número existente en un tiempo posterior t. La taza o la razón de cambio a la cual un proceso de decaimiento particular ocurre en una muestra radioactiva viene dada por:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \tag{11.1}$$

En la ecuación anterior λ se llama constante de decaimiento y el signo menos indica que N disminuye con el tiempo. Para hallar la expresión matemática para el cambio de N, se separan variables y se integra:

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$
$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$$
$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$
(11.2)

Esta ecuación indica que el número de núcleos radioactivos presentes en una muestra disminuye exponencialmente con el tiempo. El número de decaimientos por segundo se le conoce como actividad R de la muestra y viene dada por:

$$R = \left| \frac{dN}{dt} \right| = N_0 \lambda e^{-\lambda t} = R_0 e^{-\lambda t}$$
(11.3)

En la ecuación anterior $R_0 = N_0\lambda$ en t = 0. La unidad de actividad en el sistema internacional es el bequerel (Bq): 1Bq = 1decaimiento/s. Otra unidad que se utiliza con frecuencia es el curie (Ci): $1Ci = 3,7 \times 10^{10}Bq$. Como el curie es una unidad bastante grande se acostumbra utilizar el milicurie y el microcurie.

11.6 Procedimiento

11.6.1 Operacion de tubo GEIGER

El voltaje correcto de operación para el tubo Geiger-Mueller puede ser determinado experimentalmente usando algún tipo de fuente radioactiva. Un tubo funcionando



Figura 11.2: Esquema que ilustra la capacidad de penetración de las diferentes radiaciones α , β y γ .

correctamente debe exhibir un efecto de "plateau" en donde el número de cuentas permanece constante sobre cierto rango de voltaje aplicado. El voltage de operación del tubo es 500 V pero no está entre los objetivos de este experimento realizar el proceso para su determinación. Los siguientes pasos estan encaminados a que el tubo opere correctamente:

- 1. Conecte el contador al adaptador y este a su vez a una toma de 110 V. ac. El contador se encenderá. Ubíquelo en la posición 100 s presionando la tecla MODE junto con la tecla GATE
- 2. Cerciórese que el tubo GEIGER este en la cápsula y conectado al contador.
- 3. Accione la tecla START para iniciar el conteo. Seleccione un tiempo de 100 segundos. El contador se detendrá automáticamente una vez transcurrido este tiempo.
- 4. Borre el display con la tecla $\rightarrow 0 \leftarrow$ antes de tomar un nuevo dato.

11.6.2 Radiación de fondo

La radiación de fondo esta constituida por cierta variedad de radiación natural existente en el ambiente la cual es captada por el sensor causando errores en la medida de la radiación de muestras de baja actividad. Para obtenerla se debe realizar el siguiente procedimiento:

- 1. Aleje todas las muestras del detector.
- 2. El portamuestras debe estar vacío.
- 3. Registre el número de cuentas durante 100 s con el portamuestras vacío. El LED encendido en STOP indica fin de conteo. Anote los datos.
- 4. Reiniciar nuevamente el conteo y repita las medidas dos veces más. Ubique los datos en una tabla.
- 5. Convierta la actividad encontrada en cuentas por minuto (CPM). Determine el promedio de las tres medidas para obtener la radiación de fondo en el laboratorio.

11.6.3 Ley del cuadrado inverso con la distancia

La intensidad de la luz emitida por una fuente puntual disminuye con el cuadrado inverso de la distancia a la fuente, esta es una ley general para las ondas electromagnéticas. Esta ley se cumple además en otras clases de fenómenos físicos. Puesto que los rayos emitidos por las sustancias radioactivas son análogos a los rayos de luz, uno esperaría que la ley del cuadrado inverso con la distancia se cumpla cuando la fuente se aleje del contador Geiger. Para determinarla utilice los siguientes pasos:

- 1. Tome la fuente de Tl-204, colóquela en el portamuestra y luego ubíquela en la ranura más baja de la base del contador
- 2. Seleccione el control en la posición de 100 s.
- 3. Registre el número de cuentas.
- 4. Repita el paso anterior cambiando el portamuestras para cada posición hasta llegar a la primera ranura.
- 5. Construya una tabla y convierta la actividad observada en CPM. Tenga presente descontar en cada caso el valor hallado de la radiación de fondo.
- 6. Graficar la actividad en CPM contra distancia de la muestra al detector.
11.6.4 Absorción de radiación y medición de la energía de decaimiento β

Cuando la radiación β es emitida por el núcleo atómico, puede tener un rango amplio de energías. La máxima energía asociada a una radiación β es un factor muy importante que ayuda a identificar el isótopo que la originó. Para determinar esta energía es necesario construir un gráfico del logaritmo natural de la actividad corregida R_c en CPM como función de la densidad del material absorbente. La información necesaria para la elaboración de la gráfica se obtiene de la manera siguiente:

- 1. Coloque la muestra de Tl-204 en el portamuestras y luego colóquela en la tercera ranura de arriba hacia abajo de la base del contador.
- 2. Verifique que el tiempo de conte
o siga en 100 s
- 3. Inicie el conteo. El valor obtenido será el número de cuentas registradas sin el bloqueador (cuando no hay un bloqueador entre la muestra y el tubo GEIGER)
- 4. Se dispone de una caja de 20 bloqueadores de diferente densidad. Tome el bloqueador de 4.5 mg/cm² y colóquelo en la segunda ranura de arriba hacia abajo (ranura siguiente superior a la de la muestra)
- 5. Active y presione START en el contador. El resultado obtenido será el número de cuentas cuando la radiación es bloqueada durante un tiempo de 100 s
- 6. Repita lo anterior para cada bloqueador según el orden dispuesto hasta llegar al de Al con una densidad de 206 mg/cm²
- 7. Ubique en una tabla de datos la actividad observada en CPM

11.7 Análisis

- 1. Calcule el valor promedio de la radiación de fondo en el laboratorio y recuerde de restarle este valor a cada uno de sus datos antes de graficar.
- 2. Importante: La incertidumbre para una medida de radioactividad de aproxima por la raiz cuadrada de la misma medida. Por ejemplo, la incertidumbre de una medida de 100 CPM es de ± 10 CPM. En los siguientes gráficos deben utilizar esta aproximación para dibujar las barras de incertidumbre en cada dato.

11.7. ANÁLISIS

- 3. Con los datos de la subsección correspondiente a la ley del inverso del cuadrado, trace una gráfica de las actividades observadas en CPM en función del inverso de la distancia al cuadrado de la muestra al tubo GEIGER. Encuentre la ecuación que relaciona las variables. A partir del coeficiente de correlación calcule cual es el grado de confiabilidad en la suposición inicial de que la actividad decae según el inverso del cuadrado de la distancia. De su respuesta en porcentaje.
- 4. Con los datos correspondientes a la absorción de radiación β , trace una gráfica de el logaritmo de la actividad en el eje y en función de la densidad del bloqueador en el eje x. Trace la mejor recta posible entre los primeros puntos de tal forma que intercepte el eje x. Con la ecuación de esta recta, deduzca el valor de la densidad del bloqueador en el punto de intersección con x (llámelo D) y reemplácelo en la siguiente relación empírica para la energía de decaimiento β :

$$E_m = 1.84D + 0.212 \tag{11.4}$$

- 5. Compare el valor de E_m con su valor teórico. $(E_{mt} = 0, 71 MeV)$
- 6. Investigue cuál es la utilidad de conocer E_m .

Laboratorio 12 Medición de la carga del electrón

12.1 Objetivos

- 1. Medir la carga del electrón siguiendo el método utilizado por Millikan
- 2. Calcular la incertidumbre y el porcentaje de error en la medida de la carga.

12.2 Preinforme

- 1. Investigue los métodos que se han usado para medir la carga del electrón.
- 2. Es la carga del electrón la mínima que se ha medido en la naturaleza?
- 3. Existe diferencia entre las magnitudes de la carga del electrón y la del protón?

12.3 Materiales

- Cámara de ionización
- Microscopio con escala graduada
- Fuente de voltaje
- Placas paralelas
- Lámpara
- Cronómetros mecánicos
- Bomba de aceite
- Aceite

12.4 Fundamento Teórico

A finales del siglo XIX se conocía con buena precisión la relación carga/masa del electrón. Estas mediciones se realizaron en tubos de rayos catódicos, desviando la dirección de las cargas por medio de campos eléctricos o magnéticos. En 1913, Robert Millikan reportó el valor por él medido para la carga del electrón.

El método utilizado por Millikan consistió en introducir pequeñas gotas de aceite en una cámara vacía. Las gotas de aceite al descender hacia el condensador adquieren carga eléctrica por medio de una muestra radioactiva (emisor *beta*) localizada en la parte superior de la cámara. Cuando las gotas de aceite llegan al condensador, estas caerán debido a su propio peso. Sin embargo, se puede aplicar una diferencia de potencial entre las placas del condensador para mover las gotas hacia abajo y hacia arriba. Si medimos la velocidad de bajada y subida de las gotas de aceite podremos calcular la carga neta de la gota examinada.

Cuando una gota cae, la fuerza de resistencia, debido a la fricción con el aire, está dada por

$$F_f = 6\pi \eta v_g r, \tag{12.1}$$

donde η es la densidad del aceite usado, y v_g la velocidad de la gota. Para una gota que se mueva con velocidad constante hacia abajo y hacia arriba, debido a la aplicación de una diferencia de potencial V entre las placas del condensador, obtenemos haciendo sumatoria de fuerzas cuando la gota baja:

$$mg + \frac{qV}{d} = 6\pi\eta v_{g_1}r,\tag{12.2}$$

donde v_{g_1} es la velocidad de bajada de la gota, V la diferencia de potencial aplicada entre las placas y d la separación entre las placas. Cuando la gota sube tenemos:

$$-mg + \frac{qV}{d} = 6\pi\eta v_{g_2}r,\tag{12.3}$$

donde v_{g_2} es la velocidad de subida de la misma gota y q es su carga. Si restamos las dos ecuaciones anteriores, obtenemos:

$$2mg = 6\pi\eta (v_{g_1} - v_{g_2})r. \tag{12.4}$$

Si asumimos que la gota es aproximadamente esférica. Su masa vendrá dada por:

$$m = \frac{4}{3}\rho\pi r^3,\tag{12.5}$$

donde ρ es la densidad de la gota y r su radio. Si reemplazamos esta masa en la ecuación 12.4, tendremos el radio de la gota r en términos de las velocidades y de las otras constantes,

$$r = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\eta}{\rho g} (v_{g_1} - v_{g_2})}.$$
(12.6)

Si sumamos las ecuaciones 12.2 y 12.3 obtendremos:

$$2q\frac{V}{d} = 6\pi\eta(v_{g_1} + v_{g_2})r.$$
(12.7)

Si en esta ecuación sustituimos r por el valor obtenido en 12.6 tendremos:

$$q = \frac{a}{V}(v_{g_1} + v_{g_2})\sqrt{v_{g_1} - v_{g_2}},$$
(12.8)

donde la constante a es:

$$a = \frac{9\pi}{4} \sqrt{\frac{\eta^3 d^2}{\rho g}}.$$
(12.9)

Con

- d = Distancia entre las placas del condensador = 3.0×10^{-3} m
- η = Viscosidad de aire = 1.855×10^{-5} kg/(m.s)
- ρ = Densidad de Aceite = 851 kg/m³

g = Aceleración de la gravedad.

12.5 Procedimiento

- 1. Conecte la fuente y aumente gradualmente el potencial aplicado a las gotas hasta 100 V
- 2. Rocíe unas pocas gotas por el orificio de la recámara de ionización, teniendo cuidado de no saturarla.
- 3. Ilumine las gotas
- 4. Enfoque el telescopio hasta que vea claramente algunas gotas. Al invertir la polaridad de las placas verá que estas cambian su dirección de movimiento.
- 5. Seleccione una gota, ponga los relojes en cero, y empiece a seguirla en su recorrido de ascenso y descenso. Debido a que el telescopio invierte la imagen, la gota que ve subir, esta bajando y viceversa. Anote el tiempo de subida y bajada entre la región graduada.
- 6. Repita el proceso anterior para el mayor número de gotas posibles tomadas durante el tiempo que dura la práctica. Mínimo 25.

NOTA: Debido a que los relojes fueron construidos para se operados a 50Hz y la frecuencia de la red es de 60Hz, todos los tiempos deben corregirse por un factor de 5/6

12.6 Análisis

El proceso que se presenta a continuación pretende hacer un trabajo estadístico para obtener el mínimo valor de la carga eléctrica. En el siguiente análisis debe suponer que la carga de cualquier gota es n veces la carga del electrón, con n un número entero positivo.

$$q_i = n_i e. \tag{12.10}$$

- 1. Si la distancia que recorre la gota hacia arriba o abajo es de 1.0 mm, calcule la velocidad de subida y bajada de cada gota (recuerde que se mueve con velocidad constante). Construya una tabla de datos de tiempos, velocidades y usando la ecuación 12.8 adiciónele una columna con la carga de cada gota.
- 2. Identifique la carga que tenga menor valor, llámela q_1 . Asuma que esta carga posee un electrón $(n_1 = 1)$.
- 3. Divida las demás cargas entre el valor de q_1 . Estos serán los valores de n_i para cada dato de carga.
- 4. Ubique los resultados en una tabla (en una columna el valor de la carga y en otra el resultado de la división entre q_1) y en orden ascendente de q. La carga q_1 va de primero en la tabla.
- 5. Luego asuma que la carga de menor valor posee 2 electrones $(n_1 = 2)$. Divida las demas cargas entre q_1/n_1 . Ubique los resultados en otra tabla repitiendo el proceso del item anterior.
- 6. Repita el proceso anterior tomando $n_1 = 3, 4, 5, ..., 10$. Construya las respectivas tablas.
- 7. En cada una de las tablas obtenidas calcule la diferencia entre cada n_i y el entero mas cercano (en valor absoluto). Sume en cada tabla las diferencias de todos los n_i . Determine en cuál de las tablas esta sumatoria es la mínima.
- 8. La tabla correspondiente a esta mínima diferencia contiene la información necesaria para calcular los valores de los enteros n_i que le permiten despejar la carga del electrón utilizando la ecuación 12.10. Tenga en cuenta que para calcular los n_i debe aproximar los valores de su tabla al entero más cercano. Calcule entonces la carga del electrón para cada n_i .
- 9. Como resultado final para la carga del electrón halle el promedio de los valores obtenidos en el punto anterior.
- 10. Calcule el error en su medida de la carga del electrón para cada gota, teniendo en cuenta que el error en la medida de las distancias es de ± 0.1 mm, el error

en la medida de los tiempos es de ± 0.01 s y el error en el valor de *a* es de un 10% de *a*. Finalmente combine en cuadratura los errores obtenidos para encontrar la incertidumbre en la carga promedio electrónica.

11. Compare el valor por us
ted hallado con el valor medido, y aceptado de: $e=1.60217733\pm 0.000.00049\times 10^{-19}~{\rm C}$

BIBLIOGRAFíA

- ALONSO, Marcelo y FINN, Edward J. Física. Campos y Ondas. Vol. 2. México : Fondo Educativo Interamericano, 1976.
- ALONSO, Marcelo y FINN, Edward J. Física. Mecánica. Vol. 1. México : Fondo Educativo Interamericano, 1976.
- Raymond A. Serway, Física tomo II: McGraw-Hill, 1997
- GOLDEMBERG, José. Física general y experimental. Vol. 3. México : Interamericana, 1974.
- GOTTLIEB, Herbert H. Metrologic Instruments Inc. Experiments using a helium-neon laser. 11 ed. New Jersey, 1984.
- HECHT, Eugene y ZAJAC, Alfred. Óptica. Wilmington, Delaware : Addison-Wesley Iberoamericana, 1986.
- GRAFTON, Stephen y John W. Experiments in Nuclear Science. Second. edition. Alpha Editions. USA. 1971.