Laboratorio 2

Péndulos Acoplados

2.1 Objetivos

1. Identificar y determinar las frecuencias propias de oscilación para un sistema de dos grados de libertad.

2. Determinar el valor de aceleración de la gravedad.

2.2 Preinforme

1. ¿ A qué se denomina grado de libertad?.

2. ¿ A qué se denomina modo propio de oscilación?.

3. Haga las consideraciones físicas necesarias para deducir las ecuaciones (2.1) y (2.2).

4. ¿ En qué consiste el método dinámico para determinar la constante elástica del resorte ? ($\omega^2 = \frac{k}{m}$).

2.3 Fundamento Teórico

En esta práctica de laboratorio se estudia el comportamiento de un sistema oscilatorio formado por dos péndulos simples idénticos, fijos a un mismo soporte con un resorte de constante elástica k colocado entre estos, conocido con el nombre de **péndulos acoplados**. Figura 2.1.

La inclusión del resorte entre los péndulos hace que sus movimientos no sean independientes. El movimiento de uno de estos influye en el movimiento del otro y viceversa dando como resultado un movimiento que se conoce como **oscilaciones**

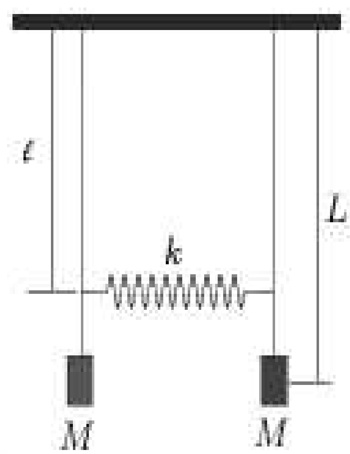

Figura 2.1: Péndulos acoplados en reposo.

acopladas. Dado que para describir el movimiento de cada uno de los péndulos son necesarias dos funciones de posición angular con respecto al tiempo: $\theta_1(t)$ y $\theta_2(t)$, se dice que el sistema posee dos grados de libertad.
La dinámica asociada al movimiento de cada uno de los péndulos puede resumirse de la siguiente manera: cuando la masa se separa de la posición de equilibrio una cierta cantidad angular, aparece sobre esta un torque restaurador τ que tiende a llevarla de nuevo a dicha posición, causándole una aceleración angular $\vec{\alpha}$, la cual se relaciona con dicho torque a través de la expresión:

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

I: es el momento de inercia de la masa M respecto al eje de rotación.

De la definición de I y de α, la anterior ecuación se escribe como:

$$\vec{\tau} = ML^2\vec{\theta}$$

Utilizando esta ecuación y la definición de $\vec{\tau}$, se encuentra que para el péndulo cuyo desplazamiento es θ_1 se tiene la siguiente ecuación de movimiento:

$$ML^2\ddot{\theta}_1 = -MgLsen\theta_1 + k\ell^2 sen(\theta_2 - \theta_1), \tag{2.1}$$

y para el otro

$$ML^2\ddot{\theta}_2 = -MgLsen\theta_2 - k\ell^2 sen(\theta_2 - \theta_1). \tag{2.2}$$

Si los desplazamientos θ_1 y θ_2 son pequeños la aproximación $Sen\,\theta \simeq \theta$ será válida con lo cual las expresiones (2.1) y (2.2) se reescriben como:

$$ML^2\ddot{\theta}_1 = -MgL\theta_1 + k\ell^2(\theta_2 - \theta_1), \tag{2.3}$$

y

$$ML^2\ddot{\theta}_2 = -MgL\theta_2 - k\ell^2(\theta_2 - \theta_1). \tag{2.4}$$

Dado que las anteriores ecuaciones se encuentran acopladas, se sigue el siguiente procedimiento de desacople:
Al sumar las ecuaciones (2.3) y (2.4) se obtiene:

$$ML^2\ddot{\Theta}_1 = -MgL\Theta_1, \tag{2.5}$$

y al restarlas:

$$ML^2\ddot{\Theta}_2 = -(MgL + 2k^2\ell^2)\Theta_2. \tag{2.6}$$

Donde: $\Theta_1 = \theta_1 + \theta_2$ y $\Theta_2 = \theta_1 - \theta_2$.

Escribiendo (2.5) y (2.6) en la forma

$$\ddot{\Theta}_1 + \omega_1^2\Theta_1 = 0,$$

$$\ddot{\Theta}_2 + \omega_2^2\Theta_2 = 0.$$

Se obtienen las ecuaciones desacopladas cuyas frecuencias son:

$$\omega_1^2 = \frac{g}{L}, \tag{2.7}$$

y

$$\omega_2^2 = \frac{g}{L} + 2\epsilon^2\frac{k}{M}. \tag{2.8}$$

Correspondientes a los dos modos propios de oscilación, en fase ω_1 y en contrafase ω_2, que presentan los péndulos acoplados. En este caso $\epsilon^2 = \frac{\ell^2}{L^2}$.

2.4 Materiales

- Equipo de pédulos acoplados: soportes y resorte de acople.
- CASSY LAB. con módulo de adquisición de datos
- Cables de conexión

Figura 2.2: Montaje de péndulos acoplados.

2.5 Precauciones

- El resorte no debe quedar deformado al conectarlo entre las varillas que sostienen las masas y debe estar a nivel.
- Las oscilaciones deben ser pequeñas: ligeros desplazamientos desde sus posiciones de equilibrio.

2.6 Procedimiento

1. Considere el valor $k = 2,9754N/m$ para la constante elástica del resorte a utilizar.
2. Monte el arreglo ilustrado en la Figura 2.2. El resorte debe ubicarse lo más horizontal posible y en la posición más baja de las varillas.
3. Determine la relación $\epsilon = \frac{\ell}{L}$. Donde ℓ es la distancia entre el punto de suspensión y el punto de ubicación del resorte.
4. Encienda el computador y abra la aplicación CASSY LAB. Deberá ver el cuadro de la figura 2.3:

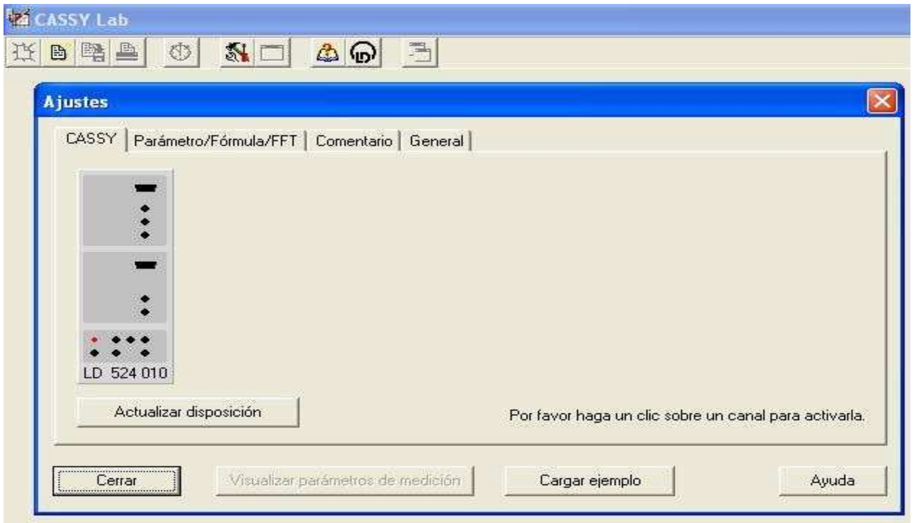

Figura 2.3: Cuadro inicial.

Presione el botón izquierdo sobre el dibujo del módulo de adquisición de datos. Deberán identificarse las dos entradas de voltaje. Escoja la máxima sensibilidad posible para la medida de voltaje. A continuación deberá observar el programa completo con las ventanas de tensiones U1 y U2 y la ventana de parámetros de medición.

En la ventana de parámetros de medición escoja un tiempo de 5 s un intervalo de 1 ms y un registro automático de datos. En este momento está listo para comenzar la toma de datos, la cual se inicia al presionar el botón con el cronómetro y se termina presionando el mismo botón o hasta que el tiempo de 5 s se agote. Tómese su tiempo para familiarizarse con los demás iconos y funciones del programa. En caso necesario presione el icono de ayuda (libro con interrogante).

5. Para la misma posición haga oscilar los péndulos en fase como se muestra en la Figura (2.5) del lado izquierdo. Inicie la toma de datos e inmediatamente observará la aparición de un gráfico en la pantalla principal. De ser necesario ajuste la escala vertical para observar mejor la variación de voltaje. Mida el período de la oscilación escogiendo dos máximos del gráfico y marcándolos con la herramienta **Pegar marcas**, que aparece al hacer click con el botón derecho del ratón sobre el gráfico. Esta herrramienta permite dibujar dos líneas verticales y luego medir la diferencia temporal entre éstas. Al escoger la opción medir diferencias debe hacer click en cada línea vertical y el programa dibujará una línea horizontal. En la parte inferior izquierda de la pantalla aparecerá el valor de la diferencia en tiempo entre las dos líneas verticales

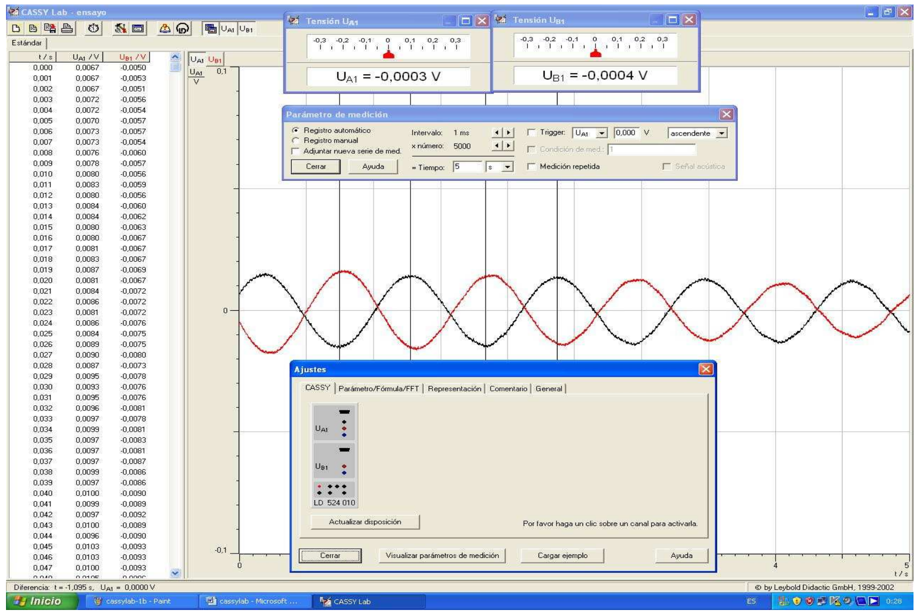

Figura 2.4: Ventana principal del programa

escogidas. Este es su valor de período. Repita este procedimiento al menos tres veces con puntos diferentes y obtenga un valor promedio para el período.

6. Para la misma posición haga oscilar los péndulos en contrafase como se muestra en la Figura (2.5) del lado derecho. Inicie la toma de datos y determine el período.

7. Repita los pasos 4 y 5 para otras 7 posiciones de acople entre el resorte y los péndulos.(Usted puede subir el resorte hasta 7 veces).

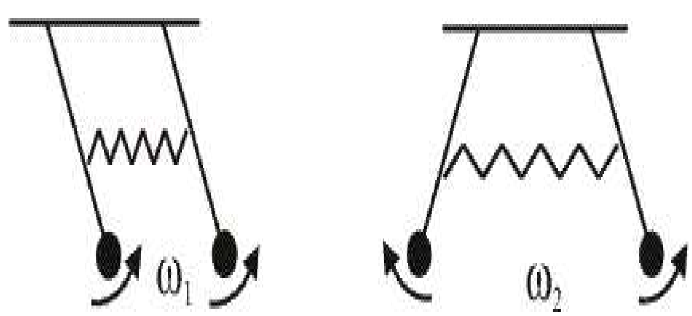

Figura 2.5: Péndulos acoplados oscilando en fase (Izquierda) y en contrafase (Derecha).

2.7 Análisis

1. Con los datos experimentales hallados en los numerales 4, 5 y 6 obtenga ω_1 y ω_2 con sus respectivas incertidumbres.

2. Con los valores obtenidos, construya una gráfica de ω_2^2 vs ϵ^2.

3. Determine la ecuación experimental a partir de su gráfico y por comparación con la ecuación (2.8) determine los valores de g y k con sus respectivas incertidumbres.

4. Compare el valor de g con el valor aceptado. Encuentre su porcentaje de error. Si se conoce el valor teórico para la constante k, halle también su porcentaje de error.