EXPERIMENTO # 1

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

1. OBJETIVOS

- Establecer y aplicar las reglas para determinar el número de cifras significativas en una medida experimental.
- Aprender e implementar las reglas básicas para el redondeo de mediciones.
- Expresar de manera adecuada los resultados de mediciones obtenidos experimentalmente.
- Efectuar cálculos teniendo en cuenta el número correcto de cifras significativas.
- Calcular valores medios, desviación estándar (σ) y tolerancia de la medida e interpretar desde la ciencia física estos resultados.

2. INTRODUCCIÓN

Las mediciones no pueden realizarse con una exactitud absoluta y como los cálculos tienen tendencia a producir resultados que consisten en largas filas de números, se debe tener cuidado de citar el resultado final con sensatez. La confiabilidad de una medida está relacionada con el número de cifras significativas que se emplean para escribirla.

Cuando se hacen mediciones naturales o industriales, los valores medidos estrictamente se conocen tan solo dentro de los límites de la incertidumbre experimental y a ello debe limitarse su reporte. El valor de esta incertidumbre depende de factores tales como la clase de exactitud del instrumento de medición, la habilidad del experimentador y el número de mediciones efectuadas.

En una medición el número de dígitos indica los valores con los cuales el experimentador se encuentra razonablemente seguro. A ese número se le denomina **"cifras significativas"**. Además en física, escribir a una medida cifras adicionales de las cuales no tenemos seguridad, no tiene sentido. En otras palabras las cifras significativas de una medida son todas aquellas que pueden leerse directamente del aparato de medición utilizado, lo que quiere decir que no van más allá de la resolución del instrumento.

Ejemplo: La medida 2.0476**3** kg obtenida con una balanza digital con resolución de 0.0001 kg, tiene cinco cifras significativas: 2,0,4,7 y 6. El **3**, no puede leerse en esta balanza y por consiguiente no tiene sentido.

Cifra apreciada o estimada: Cuando un **observador hábil** en la medida, intenta calcular una fracción de intervalo entre dos marcas sucesivas de una escala y asigna un número a la aproximación, está dando una cifra apreciada.

Ejemplo: La longitud medida con una regla de 30 cm está entre 3,6 y 3,7 cm; aproximadamente a la mitad. ¿Cómo se reporta? El observador podría apreciar o estimar esta medida, sobre todo si se vale de otros instrumentos que le ayuden en esta tarea, como por ejemplo una lupa. Por esta razón no es raro encontrar en algunos reportes de medida, mediciones con una cifra apreciada o estimada que por lo tanto tienen una cifra más que la indicada por la resolución del instrumento.

Existen instrumentos de medición analógicos y digitales; en esto últimos no se pueden “apreciar” cifras significativas ya que el instrumento expresa sus medidas con base en su resolución. En los instrumentos analógicos por el contrario se podrían apreciar o estimar cifras extras a la resolución real del instrumento.

Para este experimento inicial se expresarán las mediciones únicamente con las cifras significativas que no van más allá de la resolución del instrumento; con base en esta directiva expresaremos las mediciones realizadas y el número correspondiente de cifras significativas.

La realidad con respecto al número de cifras significativas de una medición es que estas al final dependen de la incertidumbre de la misma; a medida que se vayan madurando en estos conceptos se comprenderá mejor lo expresado y se llegará a la conclusión de que en una medición siempre habrá cifras significativas seguras y al menos una cifra significativa que se considera dudosa, dependiendo del número de cifras significativas con que se exprese la incertidumbre de medición. El razonamiento anterior está basado en:

“El número de cifras significativas en la expresión de la incertidumbre es generalmente una o dos cuando la exactitud es alta (si la primera cifra significativa es 1 o 2, cabe la posibilidad de usar un dígito más para evitar la pérdida de información útil). Además debe asegurarse que el número de cifras significativas del valor del mensurando sea consistente con el de la incertidumbre”[1].

2.1 NÚMEROS EXACTOS E INEXACTOS

[1] GUÍA PARA ESTIMAR LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN, Wolfgang A. Schmid y Ruben J. Lazos Martínez, CENAM, pag. 20, Queretaro – Mexico, 2000.

Al escribir o manipular números se debe distinguir los números exactos de los inexactos. Los números exactos corresponden a números enteros o fracciones que provienen de una definición por ejemplo “una pulgada es igual a 2.54 cm” y las constantes matemáticas como π, e, pero en el caso de estas constantes, el número de sus cifras decimales dependerá de las otras cantidades que están involucradas dentro de una medición. Como ilustración se presenta el siguiente

Ejemplo: Hallar el área de un círculo cuyo radio mide 8,73 cm.

$$A = \pi \times R^2 = 3{,}14 \times (8{,}73\ \mathrm{cm})^2 = 239{,}30\ \mathrm{cm}^2 \qquad (1)$$

Los números inexactos son todos aquellos que expresan el resultado de mediciones experimentales.

Si por ejemplo medimos una longitud con una regla graduada en milímetros; es lógico que este instrumento de medida suministre un valor con una resolución únicamente de milímetros. Si una persona con esta regla, encuentra que la longitud del lado de un triángulo es de 15,24 cm se dice que esta persona “estimó” décimas de milímetro, puesto que era imposible con el instrumento de medida dado determinar con exactitud las 4 décimas de milímetro, por lo cual para esta medida no se puede aceptar más de una cifra significativa decimal.

Además el instrumento de medida (la regla) no es perfecto, por lo cual toda medición conlleva un error. De hecho cualquier aparato científico además de una escala o graduación proporciona una estimación del error instrumental, que es determinada por el fabricante utilizando técnicas seleccionadas para ello y que de manera general se denomina **“tolerancia”.**

El resultado de la medida del ejemplo anterior puede ser expresado de diferentes maneras, así:

$$15{,}2\ \mathrm{cm} \equiv 0{,}152\ \mathrm{m} \equiv 152\ \mathrm{mm} \equiv 0{,}152 \cdot 10^3\ \mathrm{mm} \qquad (2)$$

Estos resultados tienen 3 cifras significativas que son los dígitos correctos en una medida realizada con este instrumento de medida.

2.2 MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS DECIMALES EN EL SI

Los patrones, aunque escogidos arbitrariamente, se han elegido de modo que las unidades sean del tamaño adecuado para las necesidades ordinarias del hombre. Así un metro tiene el orden de magnitud “correcto” para la medida “normal” de distancias. Pero otras distancias tienen un tamaño tal que su escritura completa en unidades ordinarias resulta incómoda.

Por ejemplo, “la distancia del sol a la estrella más cercana es de:

$$40\ 400\ 400\ 000\ 000\ 000\ \mathrm{m} = \ 4{,}04004\ \cdot\ 10^{16}\ \mathrm{m}$$

En estos casos se acostumbra escribir los valores de las magnitudes físicas en forma abreviada, para lo cual se utilizan los prefijos que se muestran en la siguiente tabla.

Prefijo	**Abreviatura**	**Valor del prefijo**
yotta	Y	10^{24} = 1 000 000 000 000 000 000 000 000
zetta	Z	10^{21} = 1 000 000 000 000 000 000 000
exa	E	10^{18} = 1 000 000 000 000 000 000
peta	P	10^{15} = 1 000 000 000 000 000
tera	T	10^{12} = 1 000 000 000 000
giga	G	10^{9} = 1 000 000 000
mega	M	10^{6} = 1 000 000
kilo	k	10^{3}= 1 000
hecto	h	10^{2} = 100
deca	da	10^{1} = 10
deci	d	10^{-1} = 0,1
centi	c	10^{-2} = 0,01
mili	m	10^{-3} = 0,001
micro	μ	10^{-6} = 0,000 001
nano	n	10^{-9} = 0,000 000 001
pico	p	10^{-12} = 0,000 000 000 001
femto	f	10^{-15} = 0,000 000 000 000 001
atto	a	10^{-18} = 0,000 000 000 000 000 001
zepto	z	10^{-21} = 0,000 000 000 000 000 000 001
yocto	y	10^{-24} = 0,000 000 000 000 000 000 000 001

Tabla 1 Prefijos para especificar múltiplos de 10.

De igual forma como existen reglas para el uso de unidades del Sistema Internacional de unidades (SI) también hay reglas para el uso de los prefijos algunas de ellas son descritas en la tabla 2.

Regla No.	Descripción	Forma Correcta	Forma Incorrecta
1	En la escritura de los múltiplos y submúltiplos de las unidades, el nombre del prefijo no debe estar separado del nombre de la unidad.	microfarad	micro farad
2	Los prefijos deberán ser usados con las unidades SI para indicar orden de magnitud ya que proporcionan convenientes substitutos de las potencias de 10.	18,4 Gm	18 400 000 000 m
3	Se recomienda el uso de prefijos escalonados de mil en mil	nano (n) micro (μ), mili (m)	1 hg (en vez de 0,1 kg)
4	No deben usarse prefijos repetidos en una sola expresión.	pF Gg	μμF Mkg
5	El símbolo del prefijo no debe estar separado del símbolo de la unidad ni por un espacio, ni por cualquier signo tipográfico.	μm	μ m ó μ-m
6	Los prefijos que se utilicen para formar los múltiplos y submúltiplos de la unidades, deben ser antepuestos a las unidades de base o derivadas del SI.	μs (microsegundo) mK (milikelvin)	

Tabla 2 Reglas para el uso de prefijos.

2.3 ¿COMO DETERMINAR EL NÚMERO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS?

Para determinar el número de cifras significativas de un número menor que 1 se cuenta el número de cifras que lo forman incluyendo los ceros situados al lado derecho o en el medio, pero no los ceros de la izquierda. Por ejemplo, la representación de la constante de gravitación universal es $0{,}000\ 000\ 000\ 066\ 70\ \mathrm{N}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} = 6{,}670 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N}\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$ contiene 14 cifras decimales y 4 cifras significativas.

Para determinar el número de cifras significativas de un número entero mayor que 1 se cuenta el número de cifras que lo conforman incluyendo los ceros situados en el medio, pero no los ceros situados al lado derecho; por esto el valor de la velocidad de la luz $c = 2\ 997\ 926\ 600\ 000\ \mathrm{ms}^{-1} = 2{,}997\ 926\ 6 \cdot 10^{8}\ \mathrm{ms}^{-1}$, posee 8 cifras significativas. Si el número que representa la magnitud de la medida no es entero, sus cifras decimales serán significativas incluyendo los ceros a la derecha, siempre y cuando estén de acuerdo con la resolución del instrumento con que se ha realizado la medida.

2.4 ALGUNAS REGLAS DE OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Al sumar o restar medidas, **no** tiene sentido conservar más decimales que los que tenga el número con menos decimales. Esto se ilustra con la suma (29,32 m + 0,01853 m + 2,033 m). En este caso se debe redondear a dos decimales, antes de efectuar la suma. En el numeral 2.5 de este experimento se muestran las reglas para el redondeo de números.

$$29{,}32\ \mathrm{m} + 0{,}02\ \mathrm{m} + 2{,}03\ \mathrm{m} = 31{,}37\ \mathrm{m} \qquad (3)$$

Al multiplicar o dividir medidas, el número de cifras decimales del resultado debe ser igual al del término con menor número de cifras decimales.

Ejemplo:

$$1{,}04\ \mathrm{cm}^2 \times \pi \quad debe\ escribirse, \qquad 1{,}04\ \mathrm{cm}^2 \times 3{,}14 = 3{,}27\ \mathrm{cm}^2 \qquad (4)$$

2.5 REGLAS PARA EL REDONDEO DE NÚMEROS.

1. Si la primera de las cifras de la derecha que se descarta es inferior a 5, las cifras que se conservan se dejan inalteradas: 28,4**4**≈ 28,4.
2. Si la primera cifra que se descarta es mayor que 5, entonces la última cifra que se conserva se aumenta en 1: 28,4**6**≈ 28,5.
3. Si la primera de las cifras que se descarta es exactamente 5 y las cifras que le siguen no son todas cero, entonces la última cifra que se conserva se aumenta en 1: 28,4**56**≈ 28,5.
4. Si la primera de las cifras que se descarta es exactamente 5 y las cifras que le siguen son todas cero, entonces la última cifra que se conserva se aumenta en 1 si es impar y se deja inalterada si es par: 28,5**50**≈ 28,6 y 28,4**50**≈ 28,4.

3. MATERIALES

- Escuadra.
- Regla graduada en milímetros (Tolerancia 0,5 %).

4. TRABAJO PARA DESARROLLAR

- Con una regla graduada en milímetros midan cinco veces cada uno de los lados a, b, c del triángulo de la figura 1 (todos los estudiantes del grupo de trabajo deberán participar en las mediciones sin ponerse de acuerdo en la forma en que van a realizar la medida). Anoten los resultados de sus mediciones en la tabla de datos 3, no se preocupen si los resultados de las mediciones son diferentes para cada estudiante, el grosor de los lados del triángulo puede incidir en estas diferencias y esto se ha hecho con este propósito; recuerde el trabajo con cifras significativas.

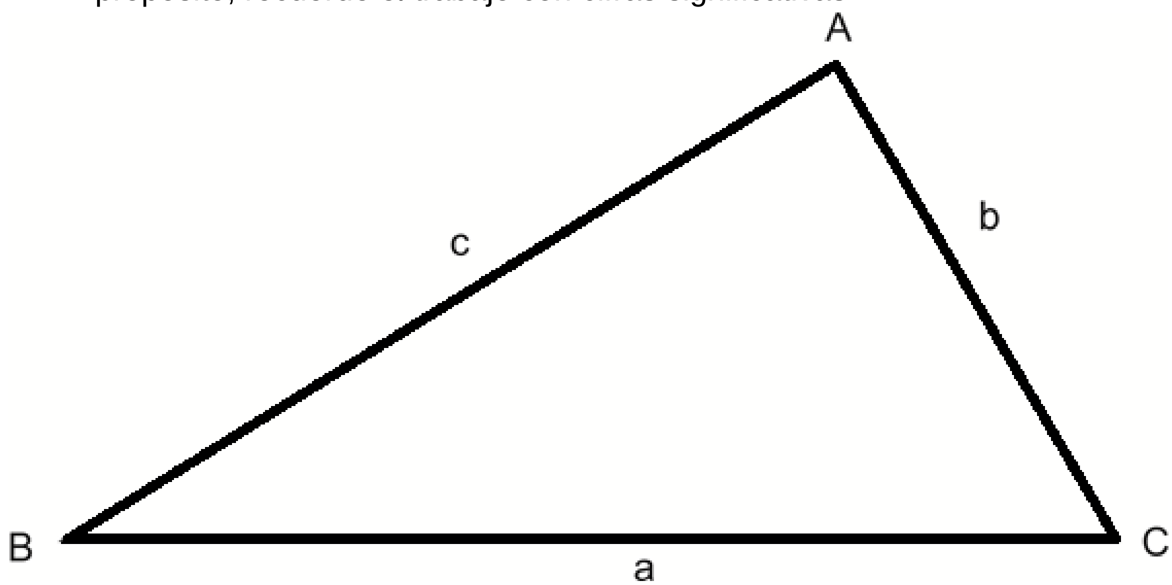

Figura 1. Un triángulo de lados a, b, c.

- Trace las alturas sobre cada uno de los lados del triángulo. Recuerde que una altura es un segmento trazado perpendicularmente desde un vértice hasta la recta que contiene el lado opuesto. Mida con sus compañeros empleando la regla, cada una de las alturas y anote sus valores en la tabla de datos 3 (tenga en cuenta el número correcto de cifras significativas).

- Calcule los valores medios para cada uno de los lados y cada una de las alturas medidas por los tres estudiantes. Anótelos en la tabla 3.

- Halle las desviaciones estándar (σ) de los datos obtenidos por los tres estudiantes para los lados y las alturas. Registre sus resultados en la tabla 3. Para este cálculo utilice herramientas como Excel o una calculadora que tenga estas funciones.

- Calcule el área del triángulo, utilizando sucesivamente los tres lados como bases y sus correspondientes alturas. Recuerde que el área A de un triángulo se calcula mediante la expresión:

$$A = \frac{base \ \times altura}{2} \qquad (5)$$

Los cálculos que debe realizar son entonces los siguientes (tenga en cuenta el número correcto de cifras significativas). Consigne los resultados de cada estudiante en la tabla 4.

$$A_1 = \frac{(a \times h_a)}{2} \qquad (6)$$

$$A_2 = \frac{(b \times h_b)}{2} \qquad (7)$$

$$A_3 = \frac{(c \times h_c)}{2} \qquad (8)$$

	LADOS			**ALTURA**		
	a (cm)	b (cm)	c (cm)	h_a (cm)	h_b (cm)	h_c (cm)
Estudiante 1						
Estudiante 2						
Estudiante 3						
Estudiante 4						
Estudiante 5						
Valores medios sin redondeo (cm)	$\bar{a} =$	$\bar{b} =$	$\bar{c} =$	$\overline{h_a} =$	$\overline{h_b} =$	$\overline{h_c} =$
Valores medios con redondeo (cm)	$\bar{a} =$	$\bar{b} =$	$\bar{c} =$	$\overline{h_a} =$	$\overline{h_b} =$	$\overline{h_c} =$
Desviación estándar sin redondeo (σ) (cm)						
Tolerancia de la medida: Error por especificaciones del fabricante (0,5% del valor medio) sin redondeo						
Tolerancia de la medida: Error por especificaciones del fabricante (0,5% del valor medio) con redondeo						

Tabla 3. Resultados de las mediciones en la figura 1.

		Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4	Estudiante 5
Área sin redondeo (cm^2)	A_1					
	A_2					
	A_3					
Área con redondeo (cm^2)	A_1					
	A_2					
	A_3					
Valor medio del área con redondeo	$\bar{A}$					

Tabla 4. Resultados obtenidos para el área del triángulo.

5. ANALISIS DE DATOS

- ✓ En este experimento ha realizado medidas directas e indirectas. Indíquelas.
- ✓ ¿Con cuántas cifras decimales ha expresado los resultados de sus mediciones? ¿por qué?
- ✓ Como tema de consulta que servirá para posteriores guías, ¿Qué significado físico tendría el valor de las desviaciones estándar (σ) consignadas en la tabla 3. Explique gráficamente.
- ✓ ¿Qué significado físico tiene el error por especificaciones del fabricante (tolerancia)?
- ✓ Con base en los resultados de la tabla 4 halle la desviación estándar (σ) para el área del triángulo, utilice los valores encontrados por los tres estudiantes luego del redondeo. ¿Qué significa este valor físicamente? Explique gráficamente.

6. CONCLUSIONES

- ¿Esperaba que los resultados obtenidos para A_1, A_2, A_3 y $\bar{A}$ fueran iguales? ¿Por qué?
- Compare los resultados que usted ha obtenido con los de sus compañeros. Indique las semejanzas, diferencias y sus conclusiones finales.
- Si hubiera utilizado instrumentos de medición de mayor o menor resolución, ¿cómo habrían variado sus resultados?
- ¿Habría sido igual el número de cifras significativas utilizadas en sus respuestas si hubiera utilizado un instrumento con mayor o menor resolución?